

Einar Örn Ólason

Kvarðaleiðrétting á íslenskum gráðudagakortum

1 Inngangur

Gráðudagatalningar eru talsvert notaðar sem mælikvarði á hitafar og eru taldar geta gefið betri upplýsingar um gróðurfar, hita o.fl heldur en venjuleg meðalhitakort. Slík kort fyrir Ísland hafa verið gerð á Veðurstofu Íslands og í tengslum við NORDKLIM verkefnið. Hins vegar hefur verið sýnt fram á að talsverð skekkja kemur fram þegar NORDKLIM-aðferðinni við gerð slíkra korta er beitt héraendis.

Hér er gerð tilraun til að leiðrétta fyrir þá skekkju með einfaldri kvarðabreytingu. Aðferðinni sem notuð er við umkvörðunina er lýst hér og niðurstöður kynntar.

2 Aðferðafræði

2.1 Kvarðaleiðrétting

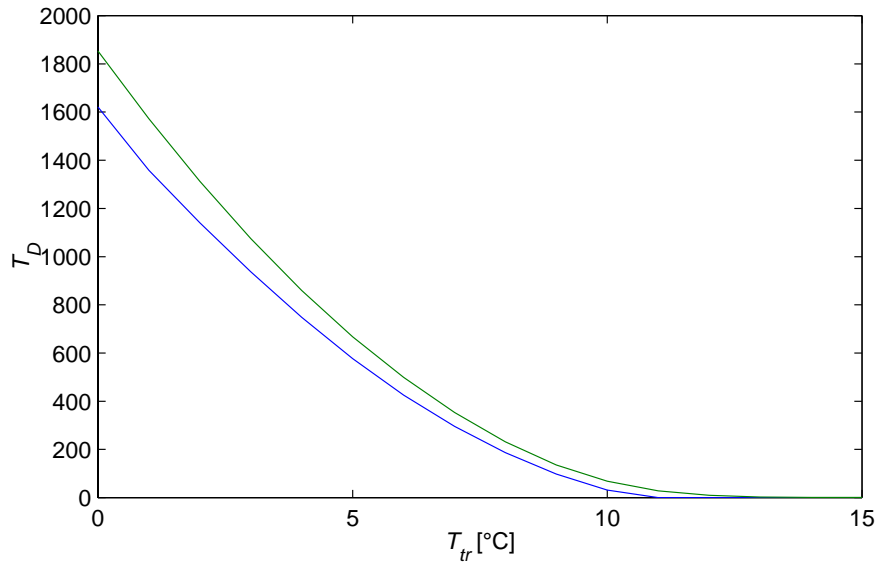
Á Veðurstofu Íslands hafa nú þegar verið gerð kort af gráðudögum á landinu [1]. Þessi kort voru gerð samkvæmt gráðudagaskilgreiningu NORDKLIM verkefnisins [2] en þar er fjöldi gráðudaga skilgreindur sem

$$T_D = \sum_{i=1}^{365} (T_i - T_{tr}) \quad \text{fyrir} \quad T_i \geq T_{tr}. \quad (1)$$

Til að finna T_i á þéttu neti yfir landið voru notuð meðalhitakort sem til eru á Veðurstofunni [1, 3]. Kortin sýna meðalhita í hverjum mánuði á 1440×480 punkta neti. Í hverjum punkti á netinu eru því til meðalhitatölur fyrir hvern mánuð, en út frá þeim gögnum má aftur reikna mjúka árstíðasveiflu með strekktri splæsi-brúun [4]. Þetta er samskonar aðferð og sú sem notuð hefur verið í NORDKLIM verkefninu [2].

Eftir að hafa reiknað mjúku árstíðasveifluna er einfalt mál að reikna fjölda gráðudaga í árinu samkvæmt jöfnu (1). Halldór Björnsson [1] bendir hins vegar á að fjöldi gráðudaga sem fæst með þessari aðferð er talsvert minni en fjöldinn sem fæst ef gráðudagarnir eru reiknaðir út frá beinum talningum, T'_D . Þetta sést vel á mynd 1. Hann færir rök fyrir því að þessi munur sé ekki teljandi nema á stöðum þar sem útslag árstíðasveiflunnar er lítið og aðeins þegar gráðudagaþröskuldurinn T_{tr} er nálægt hámarki árstíðasveiflunnar.

Til að kanna nánar ástæðuna fyrir þessum mun má skoða mynd 2, en þar sést einfölduð mynd af dæmigerðri mjúkri árstíðasveiflu. Á myndina er merktur talningaþröskuldurinn $T_{tr} = 7^\circ\text{C}$ og er fjöldi gráðudaga T_D afmarkaður af þessum tveim ferlum. Á myndina hafa líka verið teiknaðir brotnir ferlar fyrir ofan og neðan árstíðasveifluna til þess að afmarka hámarks- og lágmarksútslag raunverulegra mæligilda. Ef gert er ráð fyrir að mæligildin séu normaldreifð í kringum mjúku árstíðasveifluna sést að þar sem meðalhitinn er nálægt T_{tr} eru raunverulegir gráðudagar fleiri en þeir sem eru taldir út frá mjúku árstíðasveiflunni. Á



Mynd 1: Munur á reiknuðum og töldum gráðudögum í Reykjavík. Efri línan sýnir fjölda gráðudaga reiknaða beint út frá talningum en sú neðri fjölda gráðudaga reiknaða út frá mjúku árstíðasveiflunni.

stöðum þar sem árstíðasveiflan er „flöt“ er þetta bil stórt og skekkjan því meiri en ella.

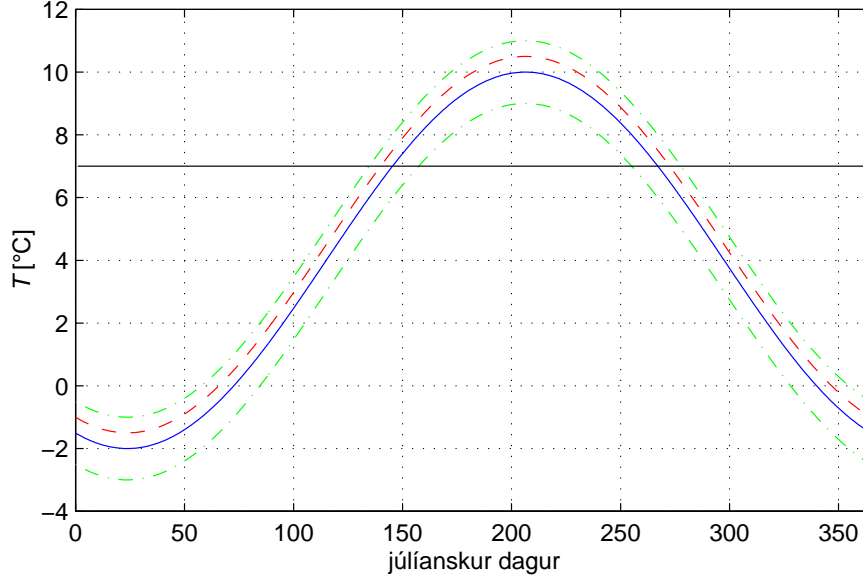
Hægt er að vinna á móti þessum hrifum á einfaldan hátt með því að hnika til mjúku árstíðasveiflunni (rauða brotna línan á mynd 2) þannig að rétt gráðudagtalning fáiast. Fyrir hverja stöð þar sem T_D er þekkt má því finna ϕ þ.a.

$$D(\phi) = \sum_{i=1}^{365} (T_i + \phi - T_{tr}) = T_D' \quad \text{fyrir} \quad T_i + \phi \geq T_{tr}, \quad (2)$$

en þetta má líta á sem kvarðabreytingu í T_{tr} . Nú má fyrirfram ætla að ϕ sé bæði háð staðsetningu og T_{tr} . Gráðudagakort sem eru rétt á þekktum stöðvum má því fá með því að reikna út ϕ á þeim stöðvum og brúa leiðréttinguna yfir á 1440×480 punkta net. Í hverjum punkti á netinu er leiðréttingin svo lögð við árstíðasveifluna og gráðudagarnir taldir.

2.2 Útfærsla á kvarðaleiðréttingu fyrir Ísland

Tímabilið sem til athugunar er nær frá 1961 til 1990, en dagsmeðalhiti er til fyrir 28 veðurathugunarstöðvar á landinu á því tímabili. Þetta þóttu helst til fáar stöðvar til þess að niðurstaðan gæti verið vel áreiðanleg. Því var ákveðið að reikna með öllum þeim stöðvum þar sem athuganir höfðu staðið yfir í meira en 27 ár af þeim 30 sem tímabilið nær yfir. Fjöldi gráðudaga var þá reiknaður með því að reikna meðaltal gráðudaga fyrir hvern dag í árinu og telja svo gráðudagana í



Mynd 2: Einfölduð mynd af dæmigerðri árstíðasveiflu. Heila bláa línan er mjúka árstíðasveiflan meðan brotnu grænu línurnar afmarka „gagnaskýið“ sem mjúka sveiflan er teiknuð í gegnum. Brotna rauða línan er leiðrétti ferillinn og svarta heila línan liggur í $T_{tr} = 7^\circ\text{C}$.

meðalári, þ.e.

$$\bar{T}_D = \sum_{i=1}^{365} \left[\frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} (T_i - T_{tr})_j \right], \quad (3)$$

þar sem n_i er fjöldi ára þar sem mælingar fyrir dag i í árinu eru til. Með þessari aðferð fengust gráðudagatölur fyrir alls 48 stöðvar sem þóttu allar nokkuð áreiðanlegar.

Til þess að fá hugmynd um skekkjuna sem kemur fram þegar gögn vantar í safnið var prufað að henda slembið þrem heilum árum annarsvegar og sumarmánudunum (júní, júlí og ágúst) í fimm árum hinsvegar úr gögnunum frá Reykjavík, Akureyri og Nautabúi. Gráðudagatalningar með jöfnu (3) voru svo bornar saman við raunverulegan gráðudagafjölda. Sé þetta gert nógu oft fæst meðalskekkja u.þ.b. jöfn 0 (eða hversu nærri 0 sem vera skal). Því ætti rms-glídi skekkjunnar að gefa nokkuð góða hugmynd um þá óvissu sem er í gráðudagatalningum fyrir stöðvar þar sem gögn vantar í athugasafnið fyrir tímabilið. Þessa óvissu má skrifa sem

$$\Delta\bar{T}_D = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (T_D - \bar{T}_{D,i})^2}, \quad (4)$$

þar sem T_D er réttur gráðudagafjöldi og $T_{D,i}$ er gráðudagafjöldinn sem fæst með jöfnu (3) eftir að dögnum hafði verið sleppt úr safninu. Á mynd 3 sést $\Delta\bar{T}_D$

fyrir áðurnefndar stöðvar með $n = 10$. Miðað við þá mynd má gera ráð fyrir $\Delta\bar{T}_D \leq 10$ fyrir $T_{tr} = 0^\circ\text{C}$ og $\Delta\bar{T}_D \leq 3$ fyrir $T_{tr} = 10^\circ\text{C}$ sem er vel ásættanlegt.

Auk þessara 48 stöðva þótti ástæða til að bæta við gögnum frá Hveravöllum og Vopnafirði. Mælingar á Hveravöllum hófust árið 1965 og fyrir 30 ára tímabilið frá og með 1966 til 1995 er til dagsmeðalhiti fyrir alla daga á tímabilinu. Til samanburðar voru skoðuð hitagögn frá Hæli, Sámsstöðum, Nautabúi og Akreyri. Þegar gráðudagafjöldinn fyrir þessi tvö tímabil var skoðaður kom í ljós að hlutfallið $T_{D,90}/T_{D,95}$, sem er hlutfallið milli gráðudaga á tímabilinu 1961 til 1990 og 1966 til 1995, var svipað milli stöðvanna, eins og sést á mynd 4. Því var ákveðið að nota meðalgildið á $T_{D,90}/T_{D,95}$ milli áðurnefndra stöðva til þess að leiðrétta gráðudagatalningarnar á Hveravöllum. Þá er

$$T_{D,90} = T_{D,95} \overline{\left(\frac{T_{D,90}}{T_{D,95}}\right)} \quad (5)$$

og leiðréttingin er

$$\delta T_D = T_{D,95} \left[\overline{\left(\frac{T_{D,90}}{T_{D,95}}\right)} - 1 \right]. \quad (6)$$

Sama aðferð var notuð til að áætla gráðudagafjölda á Vopnafirði. Þar var notast við gögn frá Raufarhöfn, Þorvaldsstöðum, Egilsstöðum, Dalatanga og Reykjahlíð til viðmiðunar. Viðmiðunartímabilið fyrir Vopnafjörð var 1965 til 1992. Eins og sést á mynd 5 er leiðréttingin δT_D lítil.

2.3 Brúun kvarðaleiðréttingarinnar

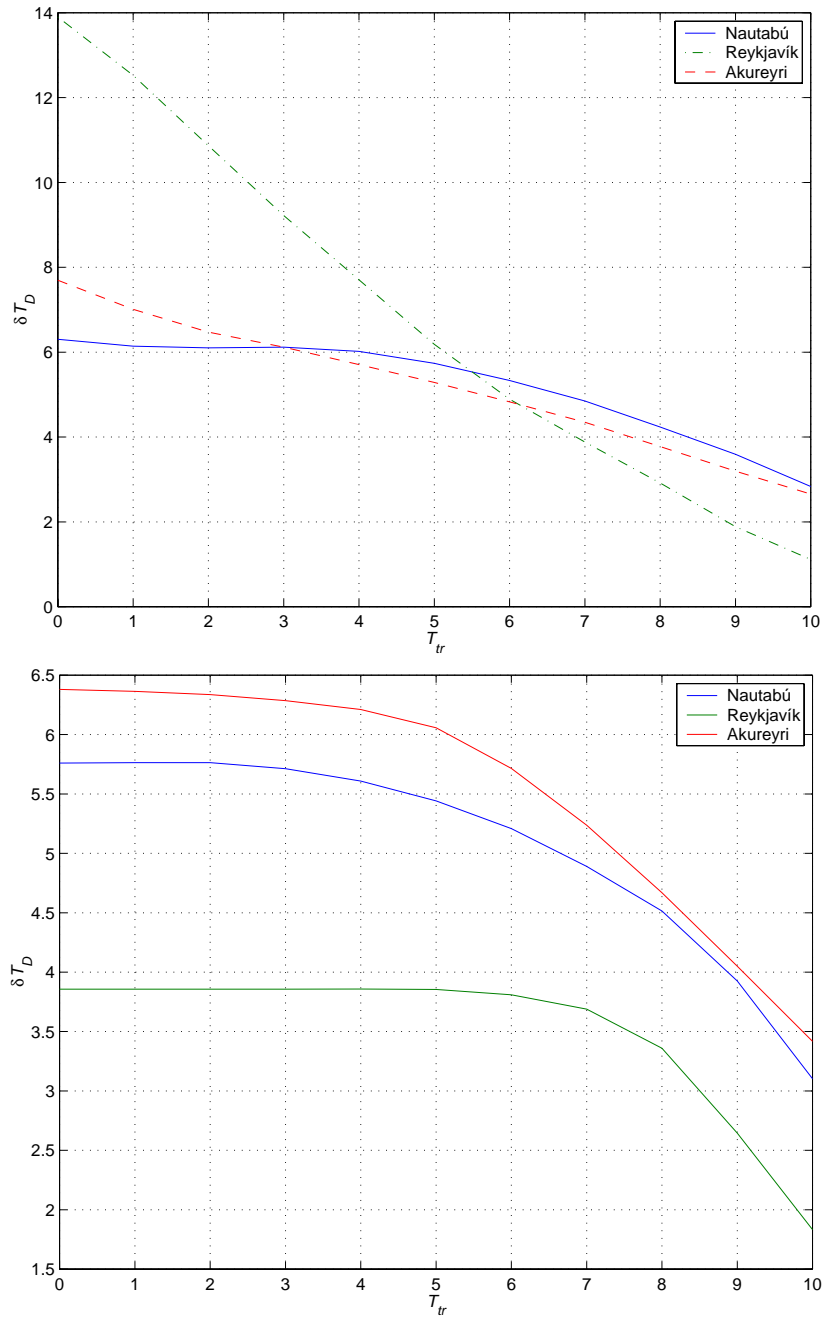
Eins og áður sagði þarf að beita brúun til að finna kvarðaleiðréttinguna ϕ í hverjum punkti á kortinu. Ákveðið var að nota Kriging aðferðina við brúunina og endurnýta um leið að hluta Matlab skrifturnar sem Sigríður Sif Gylfadóttir og Halldór Björnsson höfðu skrifað (sjá [1, 3, 5]).

Það gekk vandræðalaust fyrir sig að brúa kvarðaleiðréttinguna ϕ yfir landið fyrir lágan hita en fyrir hærri hita þurfti að velja ný upphafsskilyrði fyrir gerð hálfdreifniritsins. Ástæðan fyrir því er að ϕ er nokkurnvegin fasti fyrir lágt T_{tr} , en fyrir T_{tr} hærra en hámarksgildi mjúku árstíðarsveiflunnar fer ϕ að vaxa línulega. Þetta sést fyrir þrjár stöðvar á mynd 6. Af myndinni er greinilegt að á kaldari stöðvum byrjar þessi línulegi vöxtur fyrir svo kvarðaleiðréttingin þar verður mun meiri en fyrir hlýjar stöðvar við sama T_{tr} . Þetta veldur því að ϕ nær yfir mun stærra bil en það hefur aftur talsverð áhrif á útlit hálfdreifniritsins.

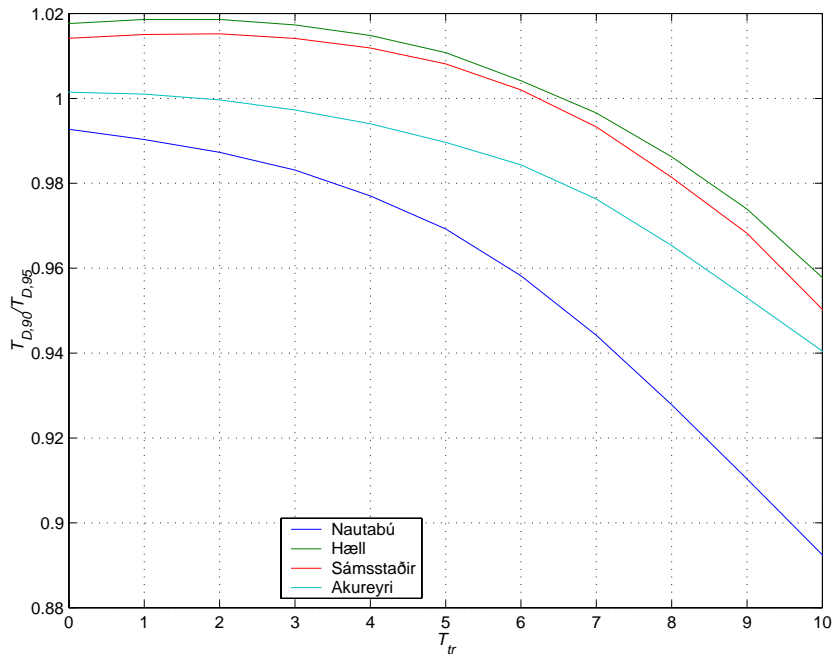
Þetta vandamál var leyst með því að nota mjög einfalt línulegt líkan sem lýsir kvarðabreytingunni. Fyrir valinu varð líkanið

$$\phi = a_0 + L_x a_1 + L_y a_2 + R, \quad (7)$$

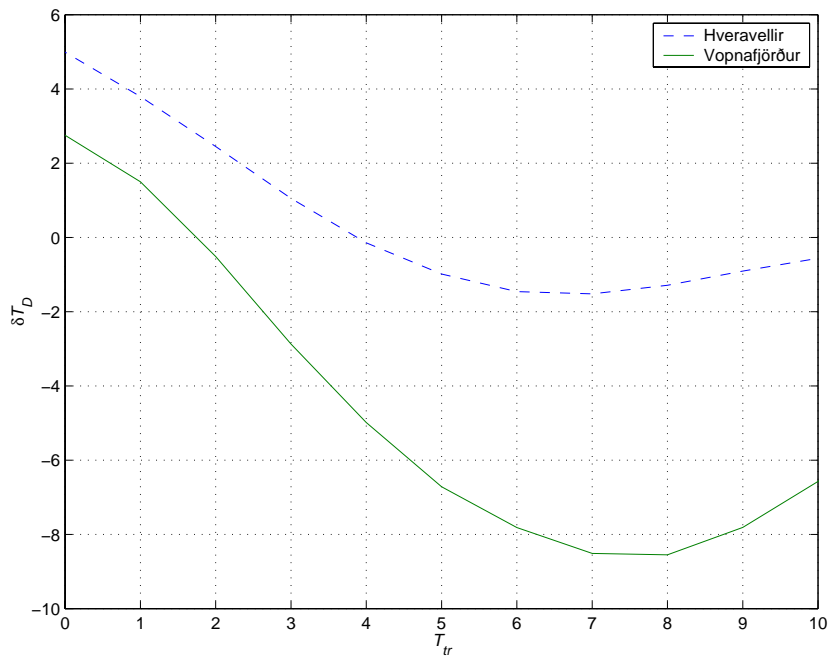
þar sem L_x og L_y eru lengdar- og breiddargráður. Fastarnir a_0 , a_1 og a_2 voru fundnir með línulegu aðhvarfi og afgangslíðurinn R var brúaður yfir landið með



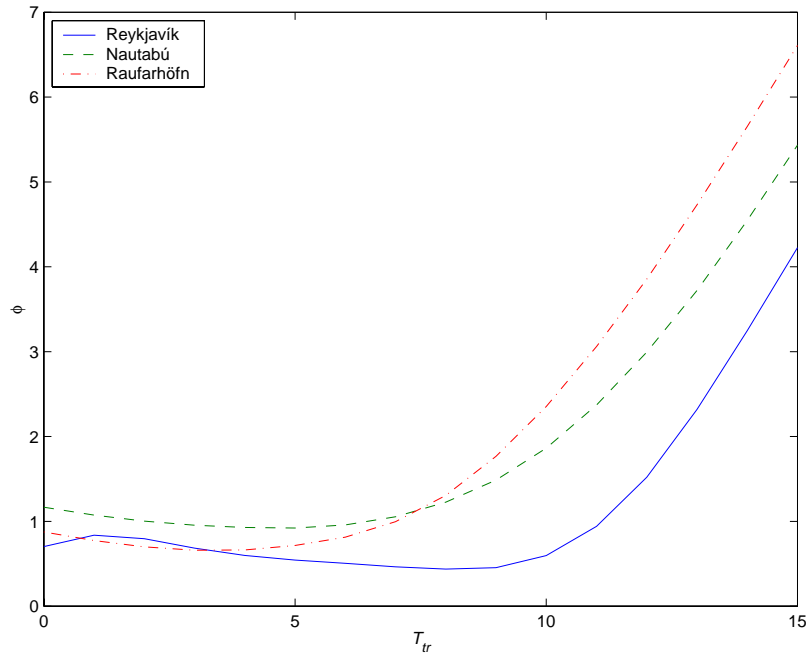
Mynd 3: Rms-gildi skekkjunnar sem kemur fram þegar dögum er slembið sleppt úr gagnasafninu. Á efri myndinni hefur þremur árum verið hent út, en á þeirri neðri var sumarmánuðunum í fimm árum sleppt. Í báðum tilvikum var meðaltalið tekið yfir tíu mismunandi talningar.



Mynd 4: Hlutfallið milli fjölda gráðudaga frá 1961 til 1990 og 1966 til 1995 á nokkrum viðmiðunarstöðvum.



Mynd 5: Fjöldi gráðudaga sem bætt var við gráðudagatalningar á Hveravöllum og í Vopnafirði.



Mynd 6: Kvarðaleiðréttingin ϕ sem fall af T_{tr} á nokkrum stöðvum.

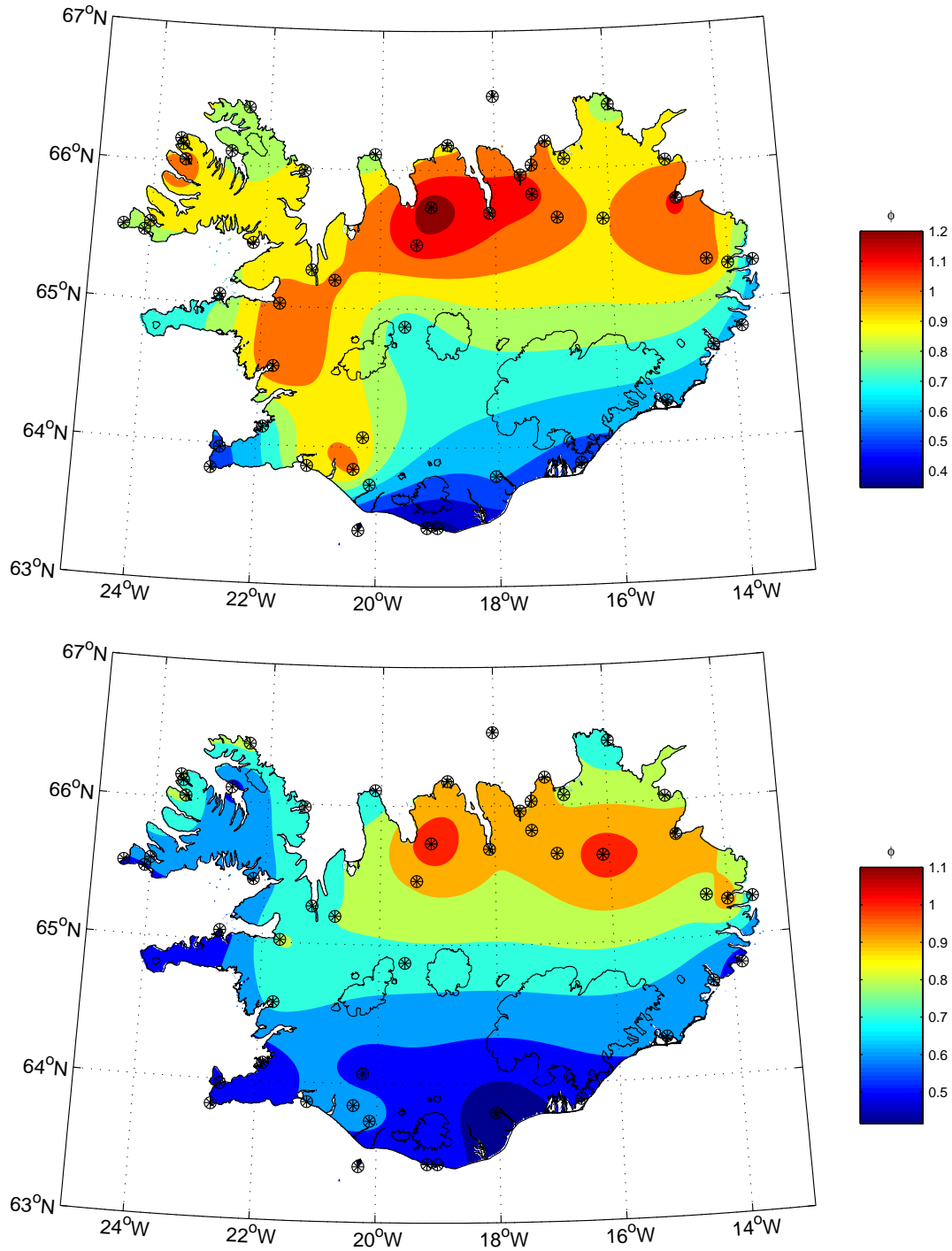
Kriging aðferðinni. Notkun línulega líkansins hafði lítil sem engin áhrif á lokaniðurstöðuna, en hún gerði það að verkum að mögulegt var að nota sömu upphafs-skilyrðin við brúunina fyrir öll gildi á T_{tr} sem voru prófuð.

3 Niðurstöður

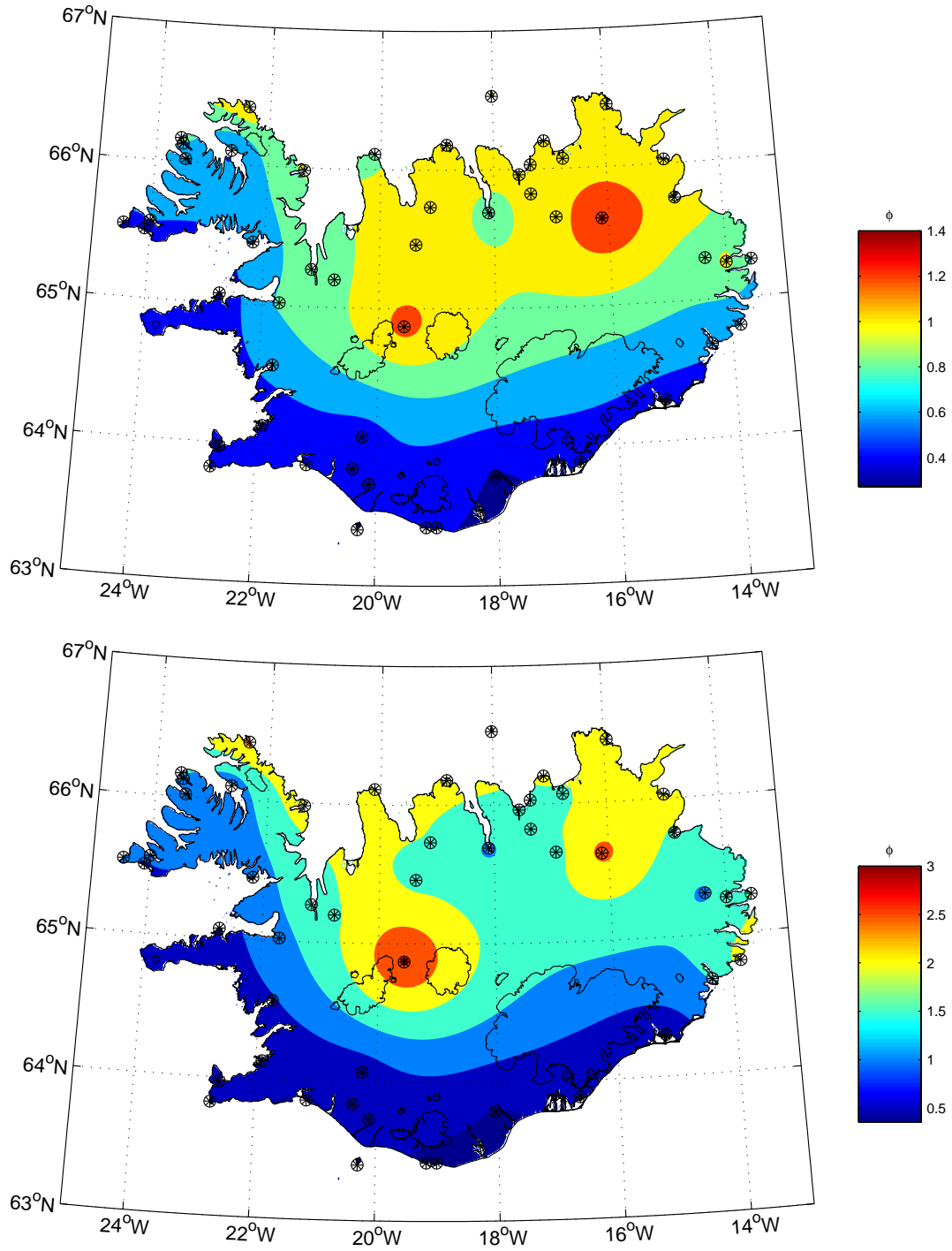
Niðurstöður brúunarinnar á ϕ fyrir $T_{tr} = 0, 5, 7$ og 10°C sjást á myndum 7 og 8. Fyrir $T_{tr} = 7^\circ\text{C}$ og $T_{tr} = 10^\circ\text{C}$ eru stöðvarnar á Hveravöllum og Grímsstöðum mjög áberandi, enda eru þær báðar frekar kaldar stöðvar. Fyrir lægri gildi á T_{tr} er kvarðaleiðréttingin mest norðan lands og austan, en virðist ekki fylgja neinu öðru vel greinanlegu munstri. Á myndirnar eru líka merktar stöðvarnar sem notaðar voru við brúunina.

Til þess að glöggva sig á áhrifum stöðvanna sem bætt var við safnið voru teiknaðar myndir af $D - D'$ þar sem D' er fjöldi gráðudaga reiknaður fyrir þær 28 stöðvar sem ná yfir allt tímabilið. Kort fyrir $T_{tr} = 0, 5, 7$ og 10°C sjást á myndum 9 og 10. Eins og við mátti búast eru áhrifin oft talsverð. Þær stöðvar sem voru að valda miklum frávikum voru skoðaðar sérstaklega en ekki þótti ástæða til að henda út neinum stöðvum.

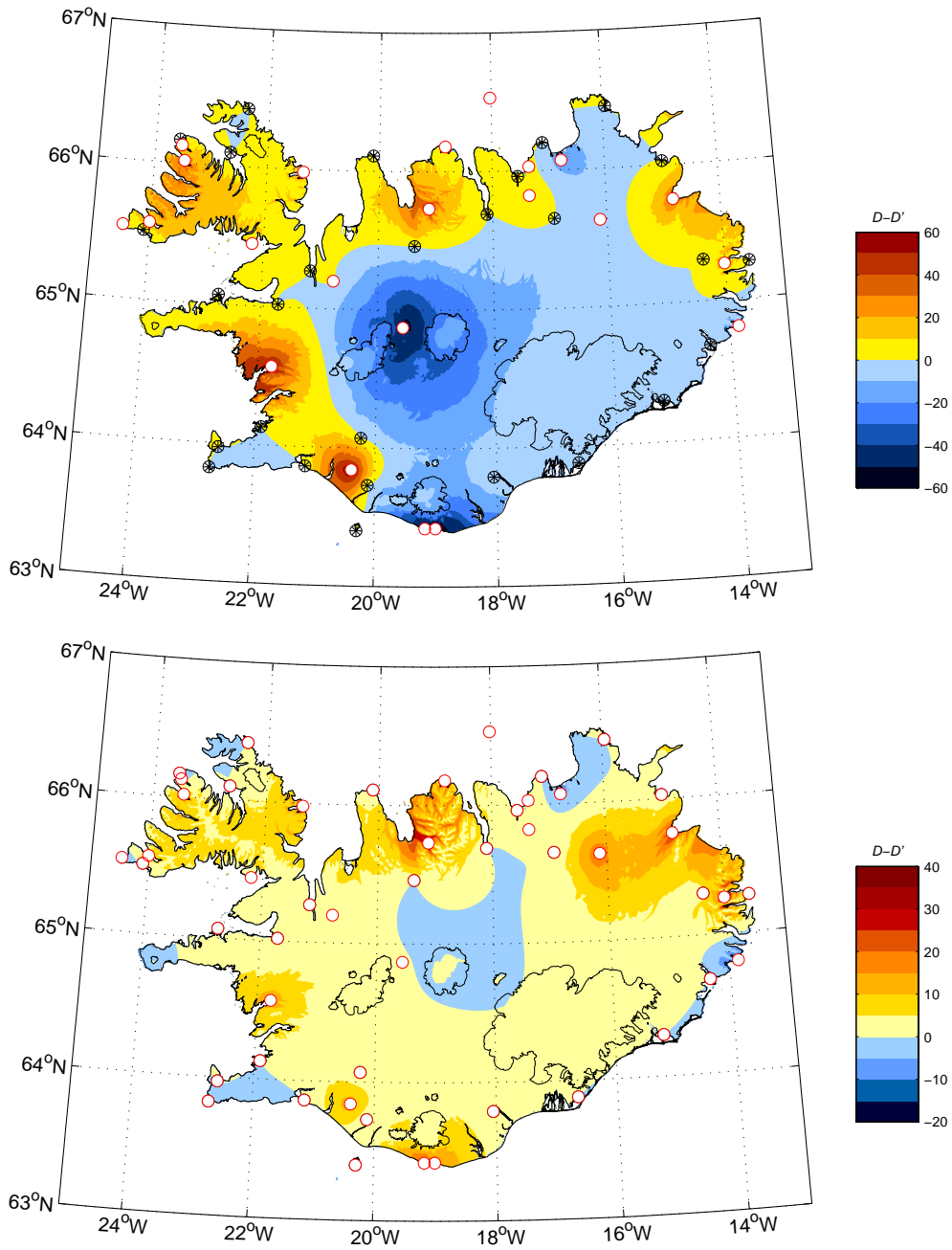
Til þess að meta áhrif óvissunnar í brúuninni á gráðudagatalninguna var ákveðið að reikna muninn á brúuðu og raunverulegu gildi fyrir hverja stöð og ϕ fundið fyrir hverja stöð með kriging aðferðinni út frá öllum hinum stöðvunum og út frá því var $D(\phi)$ reiknað með jöfnu (2). Áætluð skekkja í brúuninni fyrir



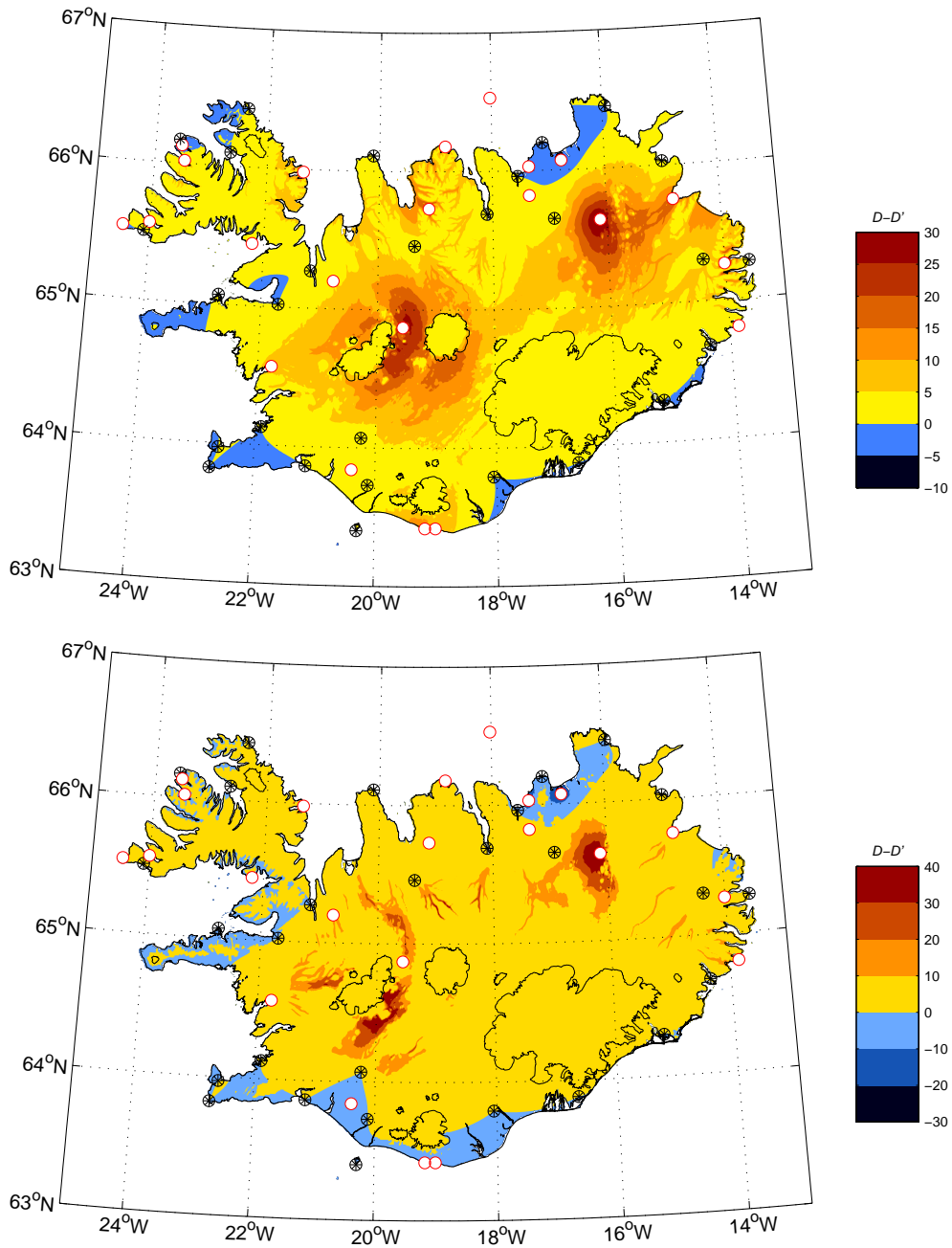
Mynd 7: Dreifing leiðréttingarinnar ϕ yfir landið reiknuð með Kriging-aðferðinni. Svörtu stjörnurnar merkja stöðvarnar sem notaðar voru við gerð kortsins. Efra kortið er gert við $T_{tr} = 0^\circ\text{C}$ en það neðra við $T_{tr} = 5^\circ\text{C}$.



Mynd 8: Dreifing leiðréttingarinnar ϕ yfir landið reiknuð með Kriging-aðferðinni. Svörtu stjörnurnar merkja stöðvarnar sem notaðar voru við gerð kortsins. Efra kortið er gert við $T_{tr} = 7^\circ\text{C}$ en það neðra við $T_{tr} = 10^\circ\text{C}$.



Mynd 9: Munurinn á gráðudagakortum teiknuðum eftir þeim 50 stöðvum sem notaðar eru hér (D) og kortum gerðum út frá þeim 28 stöðvum þar sem til eru gögn fyrir allt tímabilið (D'). Efri myndin sýnir mismuninn $D - D'$ fyrir $T_{tr} = 0^\circ\text{C}$ en sú neðri fyrir $T_{tr} = 5^\circ\text{C}$.



Mynd 10: Munurinn á gráðudagakortum teiknuðum eftir þeim 50 stöðvum sem notaðar eru hér (D) og kortum gerðum út frá þeim 28 stöðvum þar sem til eru gögn fyrir allt tímabilið (D'). Efri myndin sýnir mismuninn $D - D'$ fyrir $T_{tr} = 7^\circ\text{C}$ en sú neðri fyrir $T_{tr} = 10^\circ\text{C}$.

T_{tr} [°C]	$\max \sigma $	s_σ	ΔD
0	111	36	72
2	54	25	50
5	46	18	38
7	42	16	33
10	48	17	35

Tafla 1: Taflan sýnir reiknuð gildi á σ og áætluð gildi á ΔD samkvæmt jöfnu (9).

stöðina er þá $\sigma = T'_D - D(\phi)$, þar sem T'_D er mælda gildið eins og áður. Á myndum 11 til 13 sjást niðurstöður þessa skekkjumats fyrir nokkur gildi á T_{tr} . Í töflu 1 sjást svo útgildi σ og staðalfrávikid s_σ fyrir þau gildi á T_{tr} sem skoðuð voru. Þær stærðir má nota til að leggja mat á óvissuna í kortunum, en heildaróvissan, ΔD verður skoðuð nánar síðar.

Gráðudagakortin sjálf voru gerð með matlab fallinu `dagar6.m` sem framkvæmir skrefin sem lýst var í kaflanum hér á undan. Á myndum 14 til 18 sjást kort af D og T_D til samanburðar fyrir þau gildi á T_{tr} sem voru skoðuð hér. Á mynd 19 sést svo $D - T_D$ fyrir $T_{tr} = 2^\circ\text{C}$ og $T_{tr} = 7^\circ\text{C}$.

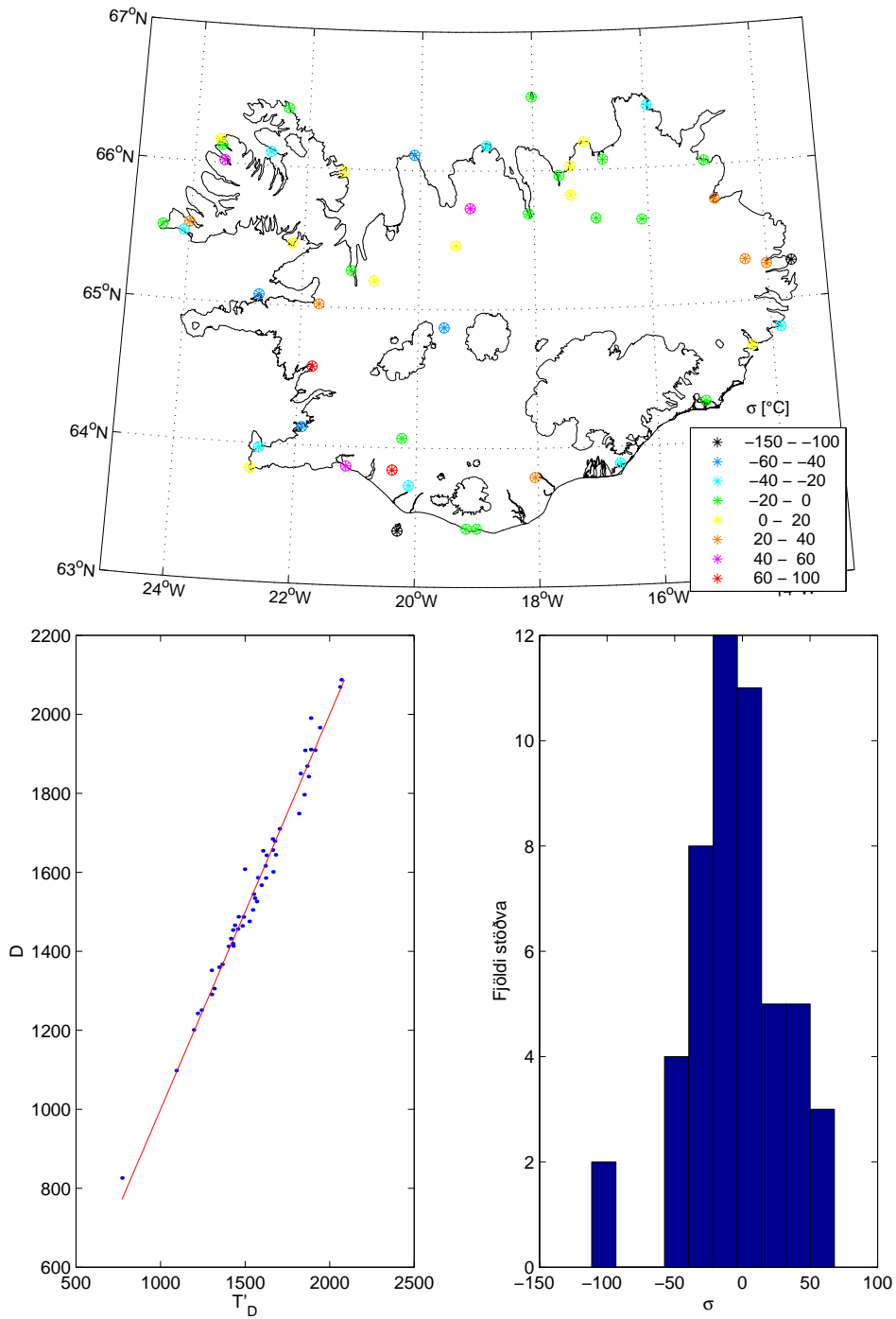
4 Umræða

Sú umkvörðunaraðferð sem hér hefur verið notuð til að leiðrétta hefðbundin gráðudagakort var fyrst og fremst þróuð til að ráða við snöggar breytingar í landslagi og til að geta gert sémileg kort fyrir hátt T_{tr} . Önnur aðferð sem kom til greina var að brúa einfaldlega mismuninn á mældu og reiknuðu gildi fyrir þekktar stöðvar yfir á kort. Með því að leggja það kort við upprunalegu gráðudagakortin fékkst leiðrétt gráðudagakort sem var rétt í öllum þekktum stöðvum. Gallinn við þá aðferð er hins vegar sá að leiðréttingin verður fljótt sambærileg við upprunalega gildið og því tapast í raun þær upplýsingar sem eru í meðalhitakortunum. Með því að nota umkvörðunina tapast þessar upplýsingar hins vegar ekki og má gera ráð fyrir að niðurstaðan sé talsvert betri, sérstaklega í landslagi þar sem mikið er um snöggar hæðarbreytingar og fyrir stórt gildi á T_{tr} .

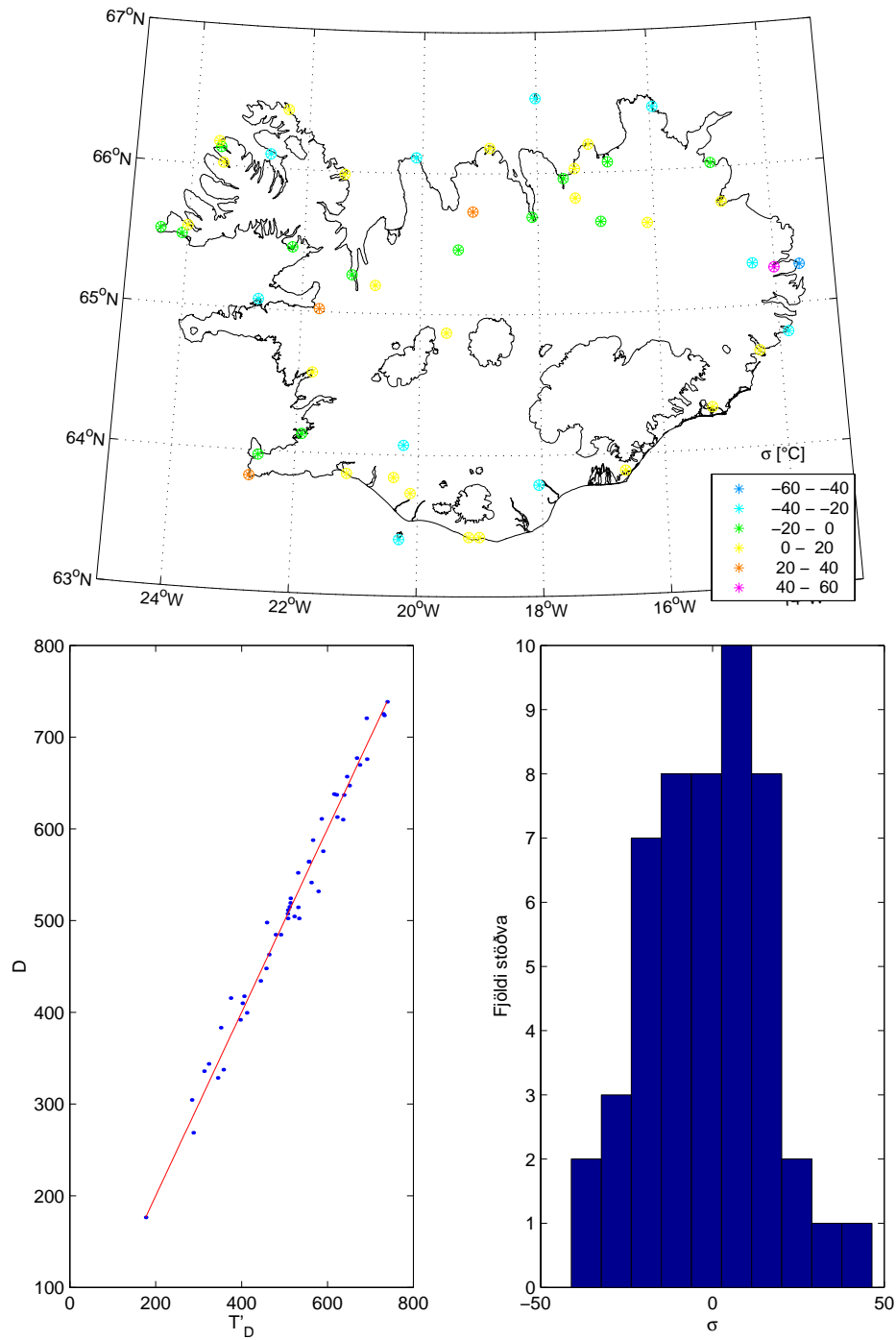
Hægt er að nota s_σ úr töflu 1 til þess að áætla óvissuna sem kemur inn við umkvörðunina. Ef gert er ráð fyrir að σ sé normaldreift um 0 er 95% vikmarkið við $\sigma_{95} \approx 1,96s_\sigma$. Nú eru gráðudagarnir reiknaðir samkvæmt jöfnu (2), svo óvissan í D er

$$\Delta D = \sqrt{\sum_{i=1}^{365} (\Delta T_i)^2 + n(\Delta \phi)^2}, \quad (8)$$

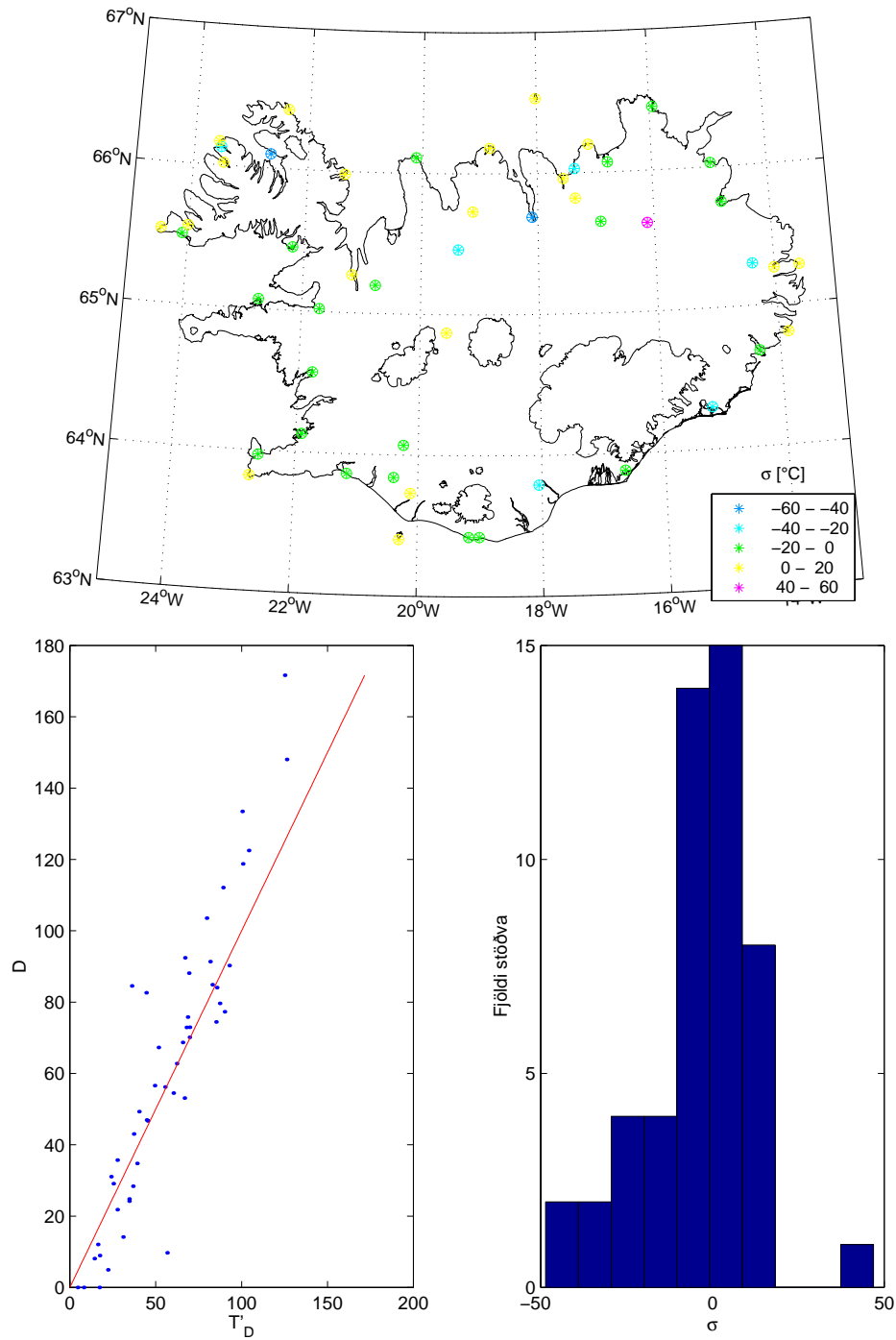
þar sem n fjöldi daga þar sem $T_i > T_{tr}$. Gerum nú ráð fyrir að $n(\Delta \phi)^2 = \sigma_{95}$ eins



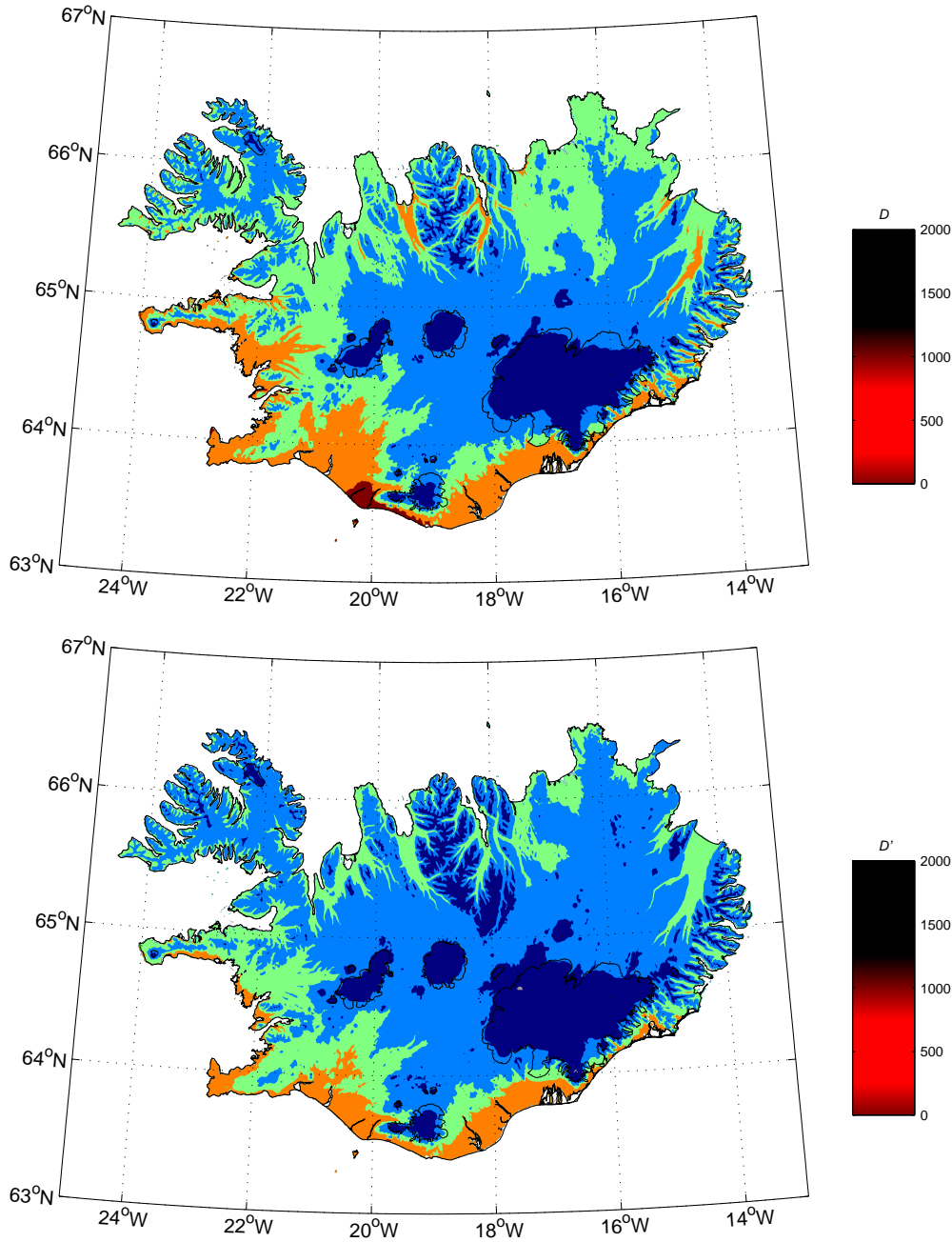
Mynd 11: Skekkjan sem kemur fram í þekktum stöðvum þegar mæld gildi eru borin saman við gildi brúuð út frá nágrennstöðvum við $T_{tr} = 0^\circ\text{C}$.



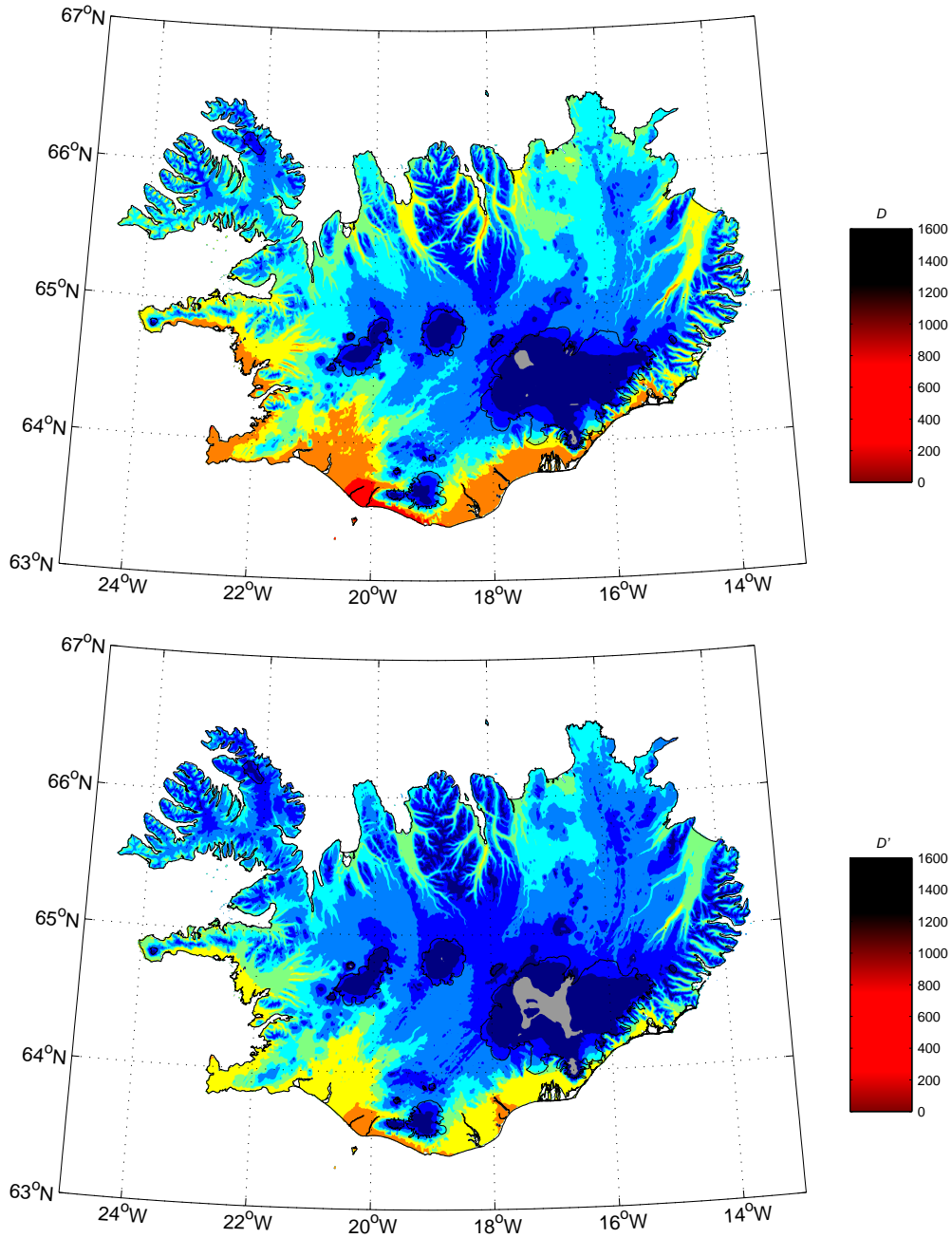
Mynd 12: Skekkjan sem kemur fram í þekktum stöðvum þegar mæld gildi eru borin saman við gildi brúuð út frá nágrennstöðvum við $T_{tr} = 5^\circ\text{C}$.



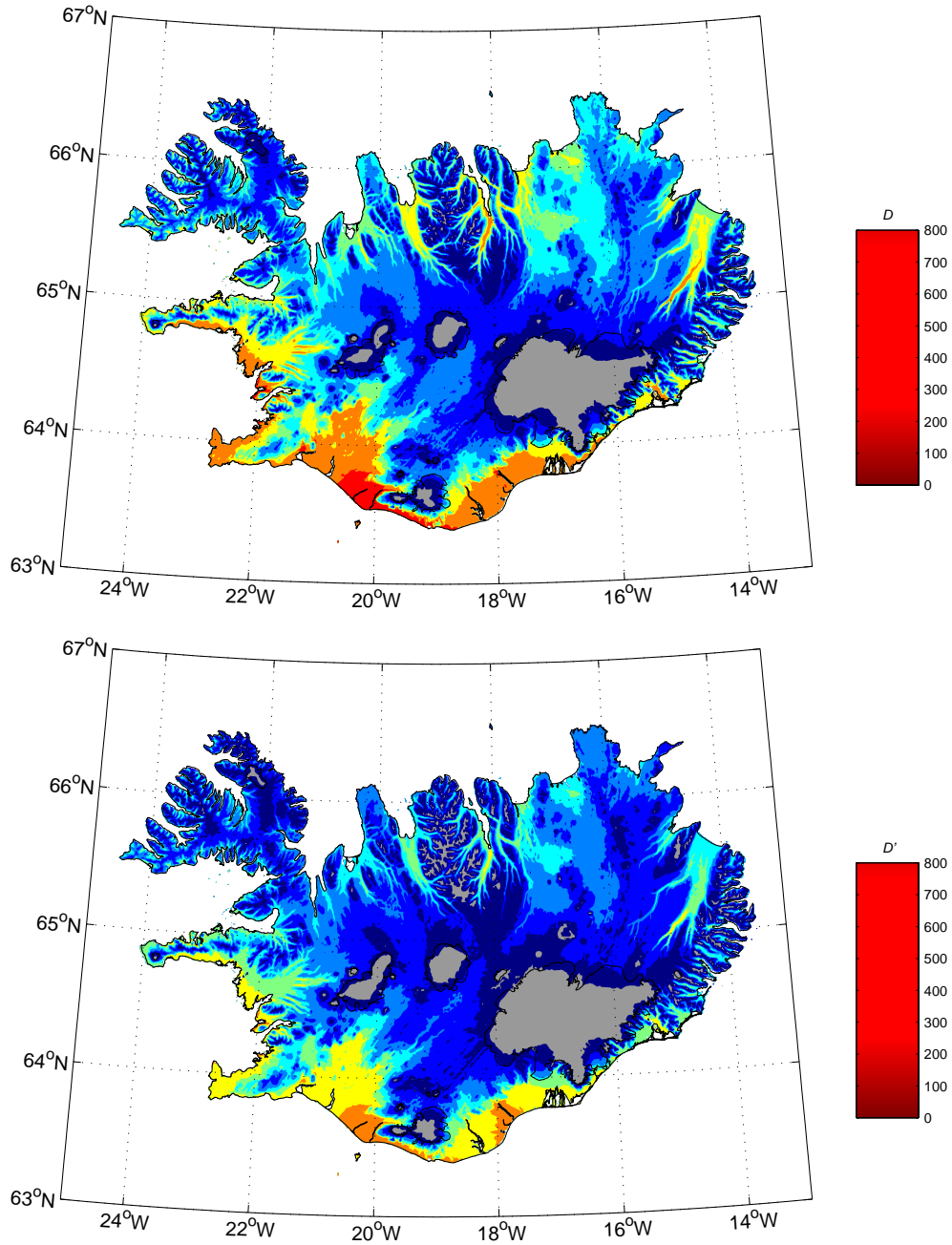
Mynd 13: Skekkjan sem kemur fram í þekktum stöðvum þegar mæld gildi eru borin saman við gildi brúuð út frá nágrennstöðvum við $T_{tr} = 10^\circ\text{C}$.



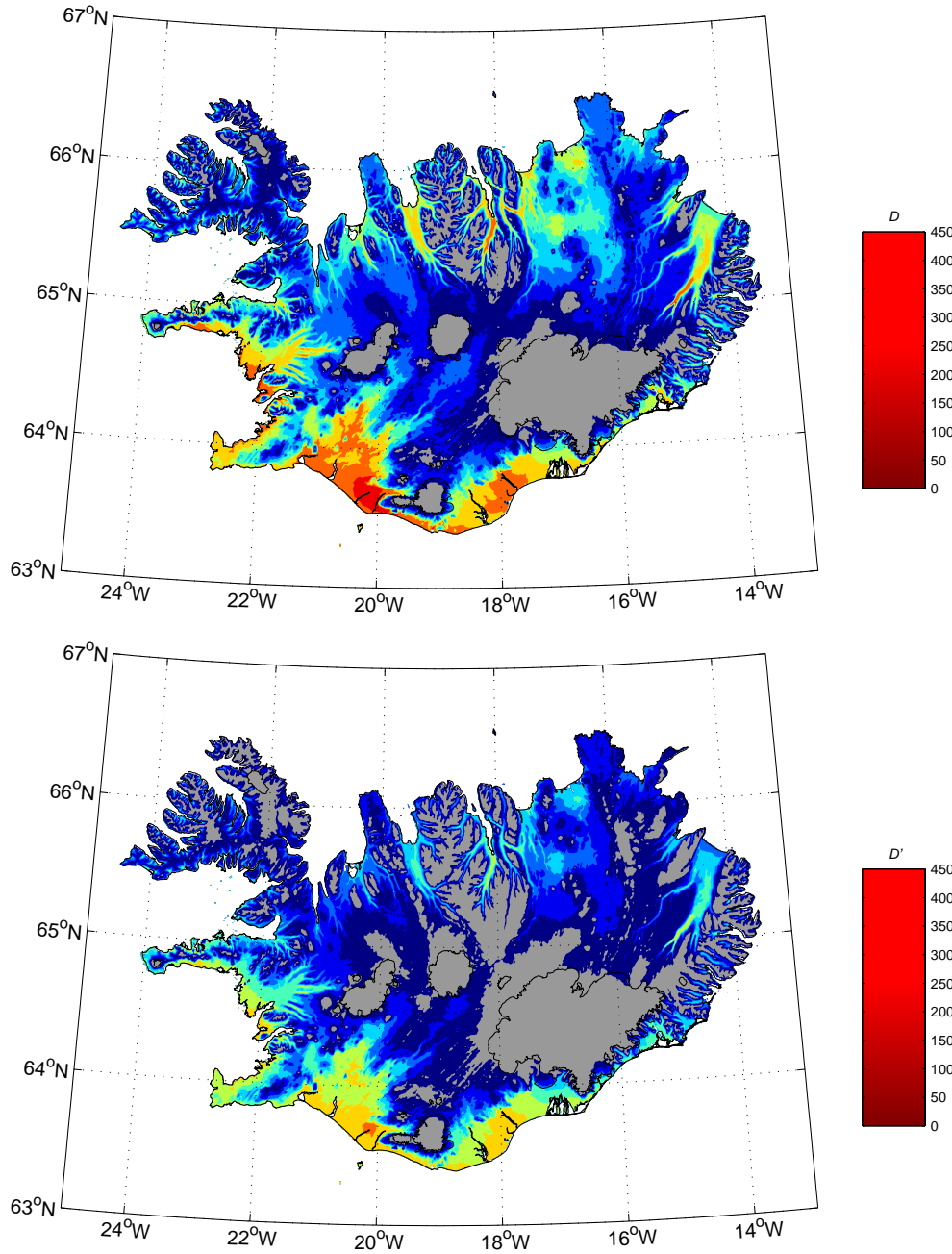
Mynd 14: Gráudagakort fyrir $T_{tr} = 0^\circ\text{C}$. Efra kortið er leiðrétt með kvarðabreytingu en neðra kortið er reiknað beint út frá mjúku árstíðasveiflunni. Gráu svæðin á kortunum afmarka svæði þar sem $D \leq 1$.



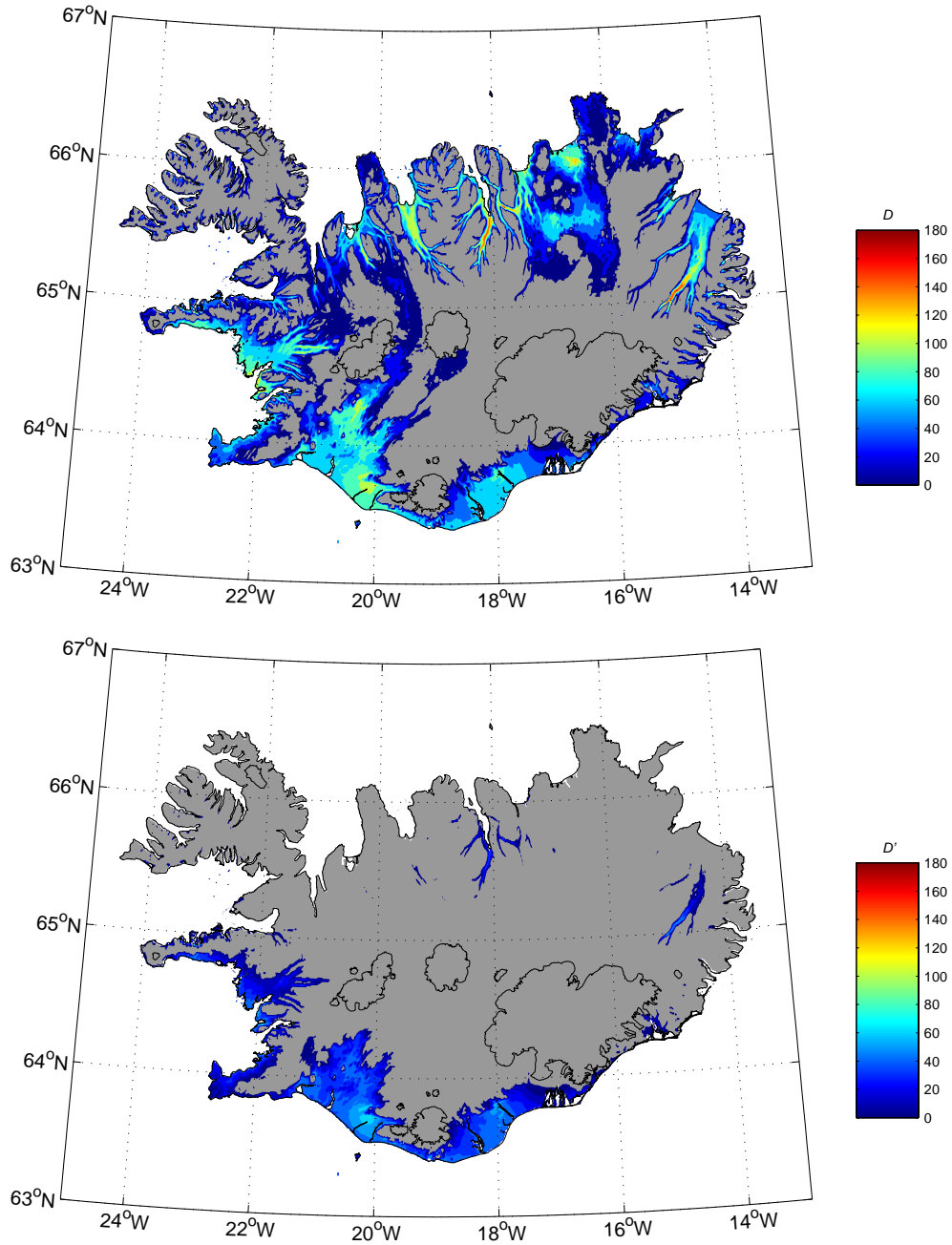
Mynd 15: Gráðudagakort fyrir $T_{tr} = 2^\circ\text{C}$. Efra kortið er leiðrétt með kvarðabreytingu en neðra kortið er reiknað beint út frá mjúku árstíðasveiflunni. Gráu svæðin á kortunum afmarka svæði þar sem $D \leq 1$.



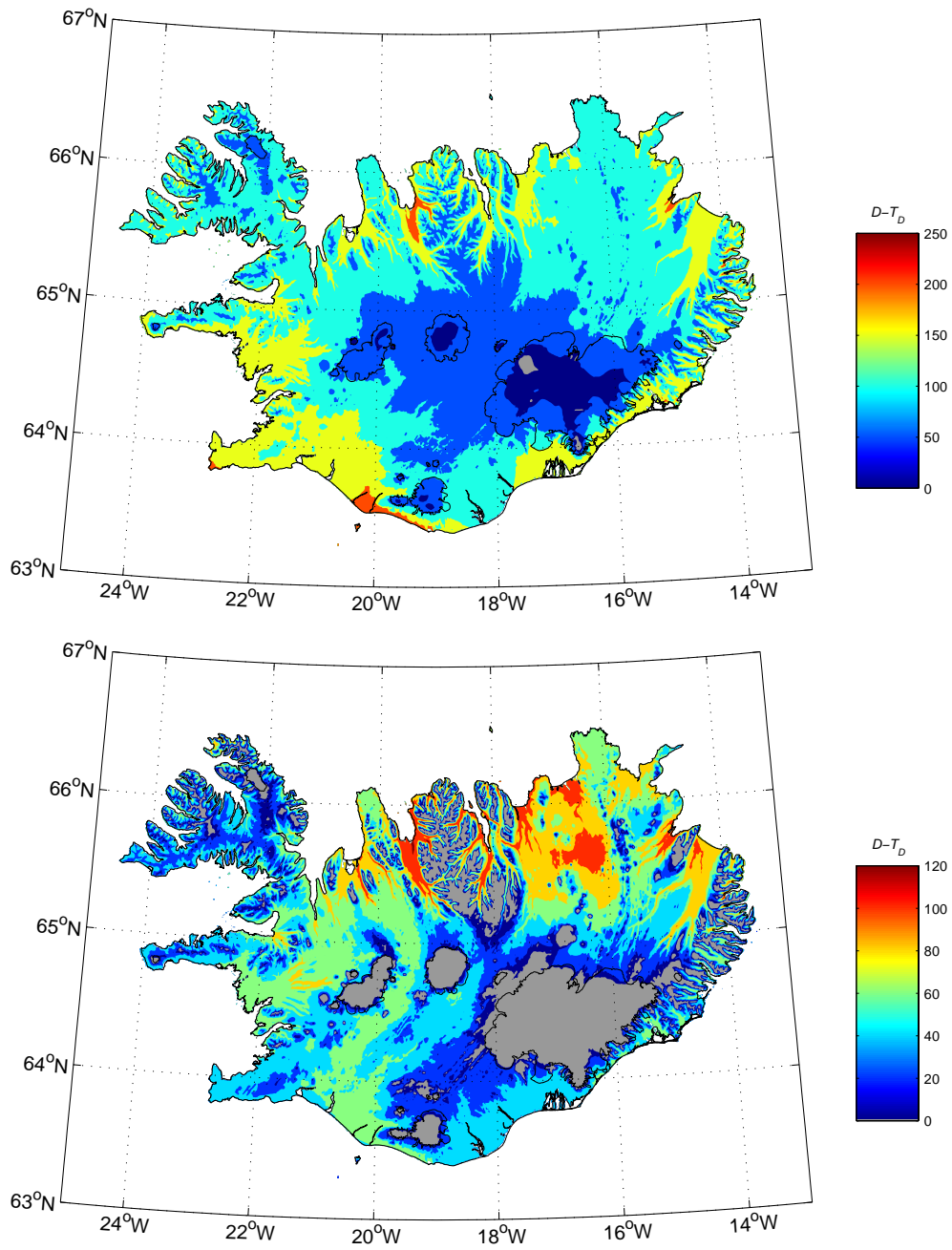
Mynd 16: Gráðudagakort fyrir $T_{tr} = 5^\circ\text{C}$. Efra kortið er leiðrétt með kvarðabreytingu en neðra kortið er reiknað beint út frá mjúku árstíðasveiflunni. Gráu svæðin á kortunum afmarka svæði þar sem $D \leq 1$.



Mynd 17: Gráðudagakort fyrir $T_{tr} = 7^\circ\text{C}$. Efra kortið er leiðrétt með kvarðabreytingu en neðra kortið er reiknað beint út frá mjúku árstíðasveiflunni. Gráu svæðin á kortunum afmarka svæði þar sem $D \leq 1$.



Mynd 18: Gráðudagakort fyrir $T_{tr} = 10^\circ\text{C}$. Efra kortið er leiðrétt með kvarðabreytingu en neðra kortið er reiknað beint út frá mjúku árstíðasveiflunni. Gráu svæðin á kortunum afmarka svæði þar sem $D \leq 1$.



Mynd 19: Kort af mismuninum $D - T_D$. Efra kortið sýnir $D - T_D$ fyrir $T_{tr} = 2^\circ\text{C}$ en það neðra fyrir $T_{tr} = 7^\circ\text{C}$. Gráu svæðin á kortunum afmarka svæði þar sem $D - T_D \leq 1$.

og áður og að $\Delta T_i = \Delta T = 1^\circ\text{C}$ fyrir öll i (sbr. [1]). Þá fæst að

$$\Delta D = \sqrt{n\Delta T + \sigma_{95}^2}. \quad (9)$$

Ein aðferð til að leggja mat á n er að telja dagana þar sem $T_i > T_{tr}$ fyrir stöðvarnar 50 sem hér eru notaðar og taka svo meðaltal. Þetta gefur óvissuna sem sést í töflu 1. Þar sést að σ er stór þáttur í heildaróvissunni svo besta leiðin til þess að reyna að bæta niðurstöðuna væri að reyna að minnka σ . Það var reynt með því að bæta við stöðvum, eins og lýst var hér að framan. Óvissan minnkaði nokkuð við það og telst ásættanleg, nema kannski fyrir $T_{tr} = 10^\circ\text{C}$ kortið þar sem óvissan er oft orðin sambærileg við gráðudagatölurnar.

A Forrit og gögn

Mjúka árstíðasveiflan var reiknuð út frá gögnum í skránni `dat_t_ev.mat` en hún inniheldur meðalhita hvers mánaðar á netinu. Hitatölurnar sem notaðar voru við leiðréttingu kortanna eru fengnar beint úr Ingres gagnagrunni Veðurstofunnar og eru þau gögn í skránni `t_stodvar.dat`.

Matlab fallið `dagar6.m` var skrifað til þess að sjá um leiðréttinguna og gráðudagatalninguna eins og áður sagði. Það kallar á fallið `f3.m` sem er notað til að finna x fyrir hverja stöð. Fallið kallar líka á önnur föll til að reikna mjúku árstíðasveifluna og framkvæma kringing brúunina. Þau föll eru hins vegar endurnýtt, nær óbreytt, úr fyrri verkefnum hjá Veðurstofunni og verður því látið nægja að vísa í [3] og [4] þar sem fjallað er sérstaklega um gerð þeirra.

Heimildir

- [1] Halldór Björnsson. The annual cycle of temperature in Iceland; The 1961 – 1990 average. Report 03037, Veðurstofa Íslands, 2003.
- [2] O.E. Tveito, E.J. Førland, H. Alexandersson, A. Drebs, T. Jónsson og E. Vaarby-Laursen. Nordic climate maps. Report no. 06/01, DNMI, Oslo, Norway, 2001.
- [3] Sigríður Sif Gylfadóttir. Spatial interpolation of Icelandic monthly mean temperature data. Report 03006, Veðurstofa Íslands, 2003.
- [4] Steen Henriksen. Report on the approximation of the annual cycle of temperature in Iceland. Report 03009, Veðurstofa Íslands, 2003.
- [5] Sigríður Sif Gylfadóttir. Samanburður á brúunaraðferðum. Greinargerð 02016, Veðurstofa Íslands, 2002.