




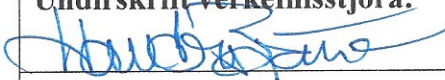
Öfgagreining á flóðhæðum í Reykjavík og á Patreksfirði: Prófun á þröskuldaðferð og samlíkum

Matthías Ásgeir Jónsson
Tandri Gauksson
Halldór Björnsson

Öfgagreining á flóðhæðum í Reykjavík og á Patreksfirði: Prófun á þröskuldsaðferð og samlíkum

Matthías Ásgeir Jónsson
Tandri Gauksson
Halldór Björnsson

Lykilsíða

Skýrsla nr. VÍ 2017-003	Dags. Mars 2017	ISSN 1670-8261	Opin <input checked="" type="checkbox"/> Lokuð <input type="checkbox"/> Skilmálar:
Heiti skýrslu / Aðal- og undirtitill: Öfgagreining á flóðhæðum í Reykjavík og á Patreksfirði: Prófun á þröskuldsaðferð og samlíkum		Upplag: 12 Fjöldi síðna: 41 Framkvæmdastjóri sviðs: Jórunn Harðardóttir	
Höfundar: Matthías Ásgeir Jónsson, Tandri Gauksson og Halldór Björnsson		Verkefnisstjóri: Halldór Björnsson Verknúmer: 4761-0-0003	
Gerð skýrslu/verkstig:		Málsnúmer: 2015-156	
Unnið fyrir:			
Samvinnuaðilar:			
Útdráttur: Bornir eru saman endurkomutímar sjávarflóða í Reykjavík og á Patreksfirði, sem reiknaðir eru með þremur tölfræðilegum aðferðum. Notuð er þröskuldsaðferð, aðferð árlegra hámarka og aðferð samlíka. Mæld sjávarhæð er sundurliðuð í þrjá þætti: meðalhæð, sjávarfallaleif og sjávarföll. Sjávarfallaleif er nýtt í samlíkum með því að falda saman líkindadreifingar sjávarfalla og -leifar. Reiknuðum endurkomutímum í Reykjavík ber vel saman við fyrri rannsóknir, þá sérstaklega með samlíkum. Mælt er með notkun samlíka á stuttar tímaraðir en þröskulds- og árlegri hámarka-aðferð á langar tímaraðir.			
Lykilorð: Tölfræðilegar aðferðir, sjávarflóð, náttúruvá		Undirskrift framkvæmdastjóra sviðs: 	
		Undirskrift verkefnisstjóra: 	
		Yfirfarið af: SG	

Efnisyfirlit

1 Inngangur	9
2 Yfirlit yfir mælingar á sjávarstöðu	11
2.1 Gagnaröðin frá Reykjavík 1996 - 2013	11
2.2 Gagnaröðin frá Patreksfirði 1994 - 2013.....	12
3 Almenn um sjávarföll	12
4 Sundurliðun sjávarhæðar	14
Meðalsjávarhæð.....	14
Sjávarföll	14
Sjávarfallaleif.....	16
5 Líkindareikningur	17
5.1 Aðferð hámarka yfir þröskuldi	17
Almenna Pareto dreifingin	17
5.2 Val á þröskuldi	18
Óháð öfgagildi	18
Tölfræðilegur þröskuldur	19
5.3 Almenna öfgadreifingin.....	19
5.4 Samlíkur sjávarfalla og sjávarfallaleifar	20
Þéttleiki sjávarfalla og bols sjávarfallaleifar	20
Þéttleiki öfgagilda	21
Endurkomutími	22
6 Niðurstöður	23
6.1 Meðalsjávarhæð og sjávarfallaleif.....	23
6.2 Endurkomutímar árshámarga	24
Reykjavík.....	24
Patreksfjörður	24
6.3 Endurkomutímar þröskuldaaðferðar	25
Reykjavík.....	25
Patreksfjörður	26
6.4 Endurkomutímar sjávarfallaleifa - þröskuldaaðferð	27
Reykjavík.....	27
Patreksfjörður	28
6.5 Endurkomutímar samlíka.....	28
Reykjavík.....	29
Patreksfjörður	30
6.6 Samantekt	31
7 Umræða	32
8 Heimildir	39

I Sjávarfallakraftar 41

Myndaskrá

1	Sjálffylgni sjávarfallaleifar í Reykjavík og á Patreksfirði.	16
2	Samsett þéttleikafall sjávarfallaleifar	17
3	Aðhvarfslína meðalsjávarhæðar	24
4	Endurkomutímar sjávarhæðar h_N samkvæmt GEV, í hæðakerfi Reykjavíkurhafnar.	25
5	Ákvörðun þröskulds fyrir sjávarhæðamælinga í Reykjavíkurhöf. Þröskuldur merktur með punktalínu.	26
6	Endurkomutímar sjávarhæðar h_N samkvæmt POT, í hæðakerfi Reykjavíkurhafnar.	26
7	Ákvörðun þröskulds fyrir sjávarfallaleif í Reykjavíkurhöf. Þröskuldur merktur með punktalínu.	27
8	Endurkomutímar sjávarfallaleifar r_N í Reykjavíkurhöfn samkvæmt POT.	28
9	Aðhvarfslínur $d(y)$ fyrir sjávarfallaleif og sjávarhæð í Reykjavík.	29
10	Endurkomutímar sjávarhæðar h_N í Reykjavíkurhöfn samkvæmt samlíkum.	29
11	Endurkomutímar sjávarhæðar h_N í Patreksfjarðarhöfn samkvæmt samlíkum.	30
12	Mátgæði GEV (a) og POT (b) á sjávarhæð í Reykjavík. Hvert myndaknippi inniheldur: hlutfallsmarkamynd (efst vinstri), hlutfallsmörk skv. dreifingu á móti hlutfallmörkum gagna með 95% öryggisbilum, þéttkeiki dreifingu og úrtaks (neðst vinstri), endurkomugildi að frádreginni meðalhæð (neðst hægri).	34
13	Mátgæði POT á sjávarfallaleif í Reykjavík (a) og á Patreksfirði (b). Hvert myndaknippi inniheldur: hlutfallsmarkamynd (efst vinstri), hlutfallsmörk skv. dreifingu á móti hlutfallmörkum gagna með 95% öryggisbilum, þéttkeiki dreifingu og úrtaks (neðst vinstri), endurkomugildi sjávarfallaleifar.	35
14	Ákvörðun þröskulds fyrir sjávarfallaleif í Patreksfjarðarhöfn. Þröskuldur merktur með punktalínu.	36
15	Ákvörðun þröskulds fyrir sjávarhæð í Patreksfjarðarhöfn. Þröskuldur merktur með punktalínu.	36
16	Aðhvarfslínur $d(y)$ fyrir sjávarfallaleif og sjávarhæð á Patreksfirði.	37
17	Mátgæði POT á sjávarhæð í Patreksfjarðarhöfn. Hvert myndaknippi inniheldur: hlutfallsmarkamynd (efst vinstri), hlutfallsmörk skv. dreifingu á móti hlutfallmörkum gagna með 95% öryggisbilum, þéttkeiki dreifingu og úrtaks (neðst vinstri), endurkomugildi að frádreginni meðalhæð (neðst hægri).	38

Töfluskrá

1	Sjávarhæðarmælingar við Ísland fram til ársins 2013.	11
2	Tíðni helstu bylgjupáttanna í sjávarföllum. Einungis eru sýndir þeir tíðniþættir með stærsta útslagið. Þó bylgjupættina megi rekja til þyngdarkrafta sólar og tungls eru þeir oft kallaðir <i>sjávarfallakraftar</i> (K) og eru táknaðir með samsetningu bókstafs og tölu.	13
3	Hundrað ára endurkomugildum í Reykjavík og á Patreksfirði með neðri og efri mörkum. GEV: Aðferð árshámarna, POT: Þröskuldsaðferð, JP: Samlíkur	31
4	Samanburður endurkomutíma Jónasar og Sveins	32
5	Sjávarfallakraftar í Reykjavíkurhöfn samkvæmt UTide	41

1 Inngangur

Í Sjávarflóðaánnál sem Páll Imsland og Þorleifur Einarsson tóku saman (1991) kemur fram að á fyrstu 90 árum síðustu aldar voru 54 skráð sjávarflóð við Íslandsstrendur. Að meðaltali voru því um 6 sjávarflóð á áratug. Þetta kann að þykja há tala, en líklegt er að á næstu áratugum verði sjávarflóð á sumum strandsvæðum enn algengari og skeinuhættari. Það má rekja til nokkurra þátta.

Í fyrsta lagi er nokkuð landsig við suðvesturströndina (Þóra Árnadóttir ofl, 2009) og einnig í sumum bæjarkjörnum sem byggðir eru á eyrum úr lífrænu seti. Dæmi um staði þar sem áhrif landsigs af þessum völdum hefur verið sérstaklega kannað eru Siglufjörður og Ólafsfjörður (Fjallabyggð 2013: 17, Verkfræðistofa Siglufjarðar 2012). Í öðru lagi, fylgir hlýnun jarðar varmaþennsla sjávar og bráðnun jökla. Hækkandi sjávarstaða af þessum völdum eykur flóðahættuna enn frekar á svæðum þar sem landsigs gætir, og einnig nokkuð á þeim svæðum þar sem landsig er óverulegt. Það er einungis við suðaustur- og suðurströnd landsins þar sem landris vegna fargléttingar í kjölfar jöklabráðunar er nægilega mikið til þess að ólíklegt sé að tíðni sjávarflóða aukist. Í þriðja lagi er mikilvægt að hafa í huga að eftir því sem verðmæti mannvirkja á ströndinni eykst, vex það tjón sem sjávarflóð geta valdið.

Mikilvægt er að áhætta af strandflóðum við Ísland hverju sinni sé vel þekkt og með hliðsjón af ofanskráðu er líka ljóst að nauðsynlegt er að kanna líklegar breytingar á þessari áhættu. Á fyrri hluta 10. áratugar síðustu aldar var farið að huga að mögulegri hækkun sjávarborðs hér við land af völdum loftslagsbreytinga. Í samvinnu við þáverandi Vita- og Hafnarmálastofnun og Viðlagatryggingu Íslands gaf Skipulag ríkisins út skýrslur um skipulag og byggingarreglur á lágsvæðum (Fjarhitun 1992, 1995). Í þessum skýrslum voru mikilvægar tillögur um breytingu á gólfkóta (lægstu leyfilega gólfhæð í byggingum) á höfuðborgarsvæðinu og höfðu þær mótandi áhrif á umfjöllun um sjávarflóð og áhættu vegna þeirra.

Ákvarðanir um gólfkóta taka mið af flóðatíðni, sem er gjarnan sett fram sem hæð flóðs með vissan endurkomutíma. Þannig er flóð með 100 ára endurkomutíma (*100 ára flóð*) sú flóðahæð sem búast má við að eigi sér til jafnaðar stað á 100 ára fresti. Hæð flóða með mismunandi endurkomutíma er yfirleitt metin frá mælingum á sjávarstöðu, og er þá beitt öfgagildagreiningu (Coles, 2001) til að reikna hæð flóða og óvissumörk.

Við öfgagildagreiningu er ýmist notast við hámarksgildi gagnaraðar fyrir tiltekin tímabil, t.d. ár, árstíð eða mánuð, eða dreifingu gilda yfir tilteknu hámarki. Í fyrri tilvikinu er algengast að fella hámark tímabila að líkindadreifingu sem nefnd er *almenna öfgagildadreifingin* (e. *generalized extreme value distribution, GEV*) eða að einni af þremur undirdreifinga hennar, *Gumbel*, *Weibull* eða *Fréchet*. Öfgagreining af þessu tagi er á ensku kölluð *block maxima*, sem hér er þýtt sem *hámarkagreining*. Hin aðferðin fellst í því að fella almenna Pareto dreifingu (e. *generalized Pareto distribution, GPD*) að öllum mælingum yfir einhverri tiltekinni hæð. Á ensku er aðferðin nefnd *peak over threshold* (e. *POT*), sem kalla má *aðferð hámarka yfir þröskuldi* eða einfaldlega *þröskuldsgreiningu*. Önnur algeng aðferð er *aðferð samlíka* sem á ensku kallast *joint probability method*. Þar eru þéttleikaföll tveggja helstu þátta sjávarhæðar földuð hvor við annað.

Þessar aðferðir hafa sína kosti og galla. Þegar hámark yfir ákveðin tímabil eru valin er t.d. hætta á að mikilvægum upplýsingum sé hent. Ókosturinn við það að velja þröskuldsgildi er helst sá að sú aðferð hefur fleiri frjálsa stika. Í fyrsta lagi þarf þá að velja þröskuldinn, og í öðru lagi þarf

að ákveða lágmarkstímabil milli atburða undir þröskuldi. Með samlíkum þarf að fást gott mat á þéttleika sjávarfalla og sjávarfallaleifa. Það er ekki fyrirfram augljóst að ein aðferð sé betri en hinar, og því verða aðferðirnar hér bornar saman.

Sjávarhæð hverju sinni ræðst af sjávarföllum og veðurtengdum þáttum. Ólíklegt er að veðurtengt flóð mælist þegar það er fjara, þó svo að slíkt flóð kunni að ná langt upp fyrir eðlilega sjávarhæð miðað við sjávarföll. Þegar langtímamæliraðir sjávarhæðar eru greindar kann því að vera heppilegt að fjarlægja sjávarfallaþáttinn úr mæliröðinni og vinna einungis með *sjávarfallaleifna* (e. *sea-level residual*), þ.e. mismun mældrar sjávarstöðu og hins stjarnfræðilega flóðs. Nokkrar rannsóknir hafa verið gerðar þar sem ofangreindum aðferðum til öfgagreininga var beitt á gagnaröð fyrir melda sjávarstöðu, eða sjávarfallaleif í Reykjavík.

Sveinn Valdimarsson og Jónas Elíasson (1993) beittu bæði hámarkagreiningu og þröskuldsgreiningu á sjávarhæðargögn frá Reykjavík (frá 1956 til 1992) en töldu erfitt að túlka niðurstöður. Þeir notuðu síðan tilbrigði við aðferð hámarka yfir þröskuldi, til að reikna endurkomutíma flóða í Reykjavík og mátu að hæð flóðs með 100 ára endurkomutíma væri 5.08m í hnitakerfi Sjómælinga Íslands. Jónas Elíasson (1996) felldi gögn um sjávarfallaleif fyrir hæstu sjávarstöðu hvers árs að Gumbel dreifingu og reiknaði endurkomutíma flóða. Niðurstaðan var að hæð 100 ára flóðsins næmi um 5 m. Við undirbúning skýrslu vísindanefndar um loftslagsbreytingar (Halldór Björnsson ofl. 2008) reiknaði Gísli Viggósson endurkomutíma flóða í Reykjavík byggt á gögnum um hæstu mældu klukkutímagildi hvers árs á tímabilinu 1956 til 2007 og Gumbel dreifingu. Benda má á að þessi rannsókn notaðist ekki við sjávarfallaleif, heldur bein mæligildi, en niðurstaðan sem fékkst var sú að hæð með 100 ára endurkomutíma væri 5,16 m.

Betur verður greint frá niðurstöðum þessara rannsókna í grein 7 en hér skiptir máli að mismunandi aðferðir hafa verið reyndar við mat á endurkomutíma sjávarflóða. Ekki hefur verið skipulega skoðað hvort mismunur ólíkra aðferða sé utan óvissumarka í mati á sjávarföllum og hvort sundurliðun mælinga í sjávarfallaþátt og sjávarfallaleif sé til bóta.

Tilgangur þessarar rannsóknar er að kanna notagildi þröskuldsaðferðar og aðferð samlíka við að meta flóðatíðni reiknað með sjávarfallaleif. Sjávarfallaleifin verður metin fyrir alla gagnaröðina sem unnið er með og þröskuldsgreiningu beitt á hana. Lagt verður mat á mestu frávikafloð (þ.e. þeirra flóða sem finnast í gagnaröðinni fyrir sjávarfallaleifina) og óvissu þeirra. Einnig verður skoðað hversu miklu munar á þeim endurkomutímum sem fást með þröskuldsaðferð og þeim sem fást með árlegri hámarkaaðferð. Loks verður líkindadreifing flóða í sjávarfallaleifinni földuð við líkindadreifingu sjávarfalla og þannig metin endurkomutími sjávarflóða í Reykjavík og á Patreksfirði. Niðurstöður verða ræddar með tilvísan til fyrri rannsókna, samanber umfjöllun hér að ofan.

Í næstu grein verða kynnt þau gögn um sjávarhæðarmælingar á Íslandi sem aðgengileg voru þegar þessi rannsókn fór fram. Einungis lítill hluti þessara gagna voru notuð hér, en niðurstöður ættu að gagnast við úrvinnslu annarra mæliraða. Næst verður stuttlega fjallað um sjávarföll og aðferðinni sem notuð var til að reikna þau lýst, en þegar þau eru þekkt er auðvelt að finna sjávarfallaleifina. Þá verður lýst þeim aðferðum sem beitt var við öfgagreiningu á sjávarfallaleifinni. Loks verður Líkindadreifing flóða í Reykjavík og á Patreksfirði reiknuð, endurkomutími flóða skoðaður, niðurstöður og forsendur ræddar.

2 Yfirlit yfir mælingar á sjávarstöðu.

Sjávarhæðarmælum er haldið við á nokkrum stöðum víðsvegar um landið. Misjafnt er hversu lengi mælarnir hafa verið starfandi, en lengsta tímaröðin er úr Reykjavíkurböfn og nær aftur til ársins 1956. Tafla 1 sýnir yfirlit yfir þá 18 staði þar sem sjávarhæðarmælum hefur verið haldið við, upphafsdag mælinga og lok tímabilsins ef við á.

Tafla 1. Sjávarhæðarmælingar við Ísland fram til ársins 2013.

Staðsetning	Upphaf	Lok	Staðsetning	Upphaf	Lok
Akranes	12/10/2007	-	Ísafjörður	11/05/2012	-
Básasker	28/10/2011	-	Landeyjahöfn	15/09/2009	-
Búðardalur	29/08/2007	17/07/2011	Njarðvík	01/09/1997	22/01/2010
Dalvík	01/01/1995	31/12/2008	Ólafsvík	12/03/1997	23/05/2013
Grindavík	01/11/1994	-	Patreksfjörður	28/10/1994	31/12/2013
Hafnarfjörður	22/11/2007	-	Reykjavík	01/01/1956	-
Húsavík	01/11/1997	-	Sandgerði	09/09/1997	-
Hvanney	08/02/1994	-	Skagaströnd	01/08/2003	-
Höfn	01/02/1994	01/09/2003	Stykkishólmur	29/08/2007	17/07/2011
Höfn	30/11/2012	-	Þorlákshöfn	25/11/1994	-

Mæliraðirnar eru misheillegar, og vantar fjölda ára í sumar þeirra. Verst er mæliröðin frá Höfn þar sem vantar heil 9 ár. Í Reykjavík eru samfelldar mælingar frá 1956 en skipt var um mælitæki í upphafi árs 1996 og frá þeim tíma eru gögnin með 10 mínútna upplausn.

Eftir skoðun á gögnunum var ákveðið að einskorða fyrst um sinn rannsóknina við mæliröðina í Reykjavík og á Patreksfirði. Reykjavíkurröðin er tiltölulega heilleg og hefur þann kost að aðrir hafa þegar spreytt sig á að reikna endurkomutíma úr henni, og því fæst mikilvægur samanburður. Röðin frá Patreksfirði er ekki eins heilleg en er aftur á móti vel yfirfarin.

Sú aðferð sem notuð er til að meta sjávarföllin reyndist mjög viðkvæm fyrir misfellum í mæliröðum og í ljós kom að eldri gögnin í Reykjavík (1956 til 1995) féllu ekki vel að þessari aðferð. Þetta stafaði líklegast af hliðrunum sem varð stundum vart í gögnunum. Vegna þessa var ákveðið að takmarka greininguna hér við gögnin frá síðara tímabilinu.

2.1 Gagnaröðin frá Reykjavík 1996 - 2013

Í upphafi 1996 var nýr stafrænn mælir tekinn í notkun við mælingar á sjávarhæð í Reykjavíkurböfn og mældi hann sjávarstöðu á 10 mínútna fresti.

Engar hliðranir fundust í mæliröðinni eftir að nýi mælir var tekin í notkun. Þrátt fyrir þetta voru nokkur göt í mæliröðinni og vantaði stundum samfelld tímabil, en ekki bara eina mælingu. Árið 2004 var sérstaklega götótt, en þar vantaði rúmar 360 klukkustundir af mælingum. Stærsta tímabilið sem vantaði í heild sinni var júlímánuður 1996. Einkennilegt er að í janúar 2009 vantar flestar mælingar sem eru gerðar í lok 10. mínútu klukkutímans. Alls vantar 1527 klukkustundir af mælingum í tímaröðina, sem er um það bil 1% af lengd hennar.

Athugun var gerð á öðrum villum í röðinni. Örsjaldan henti það að síðasta mæling mánaðar var skráð kl. 24:00 og sama mæling svo aftur skráð kl. 00:00 í byrjun næsta mánaðar. Í allt fundust fimm slíkar tvítekingar og voru gildin kl. 24:00 fjarlægð.

Til ónýtra mælinga teljast fráleit gildi á borð við -6999 m, eða tímabil þar sem mælingar standa í stað. Það að mæling sé rangt staðsett getur þýtt annað hvort að mínútuvísirinn sýni ekki heilan tug mínútna (t.d. ef mælingin er skráð klukkan 12:28 í stað 12:30) eða þá að tímasetning hennar falli ekki á milli tímasetninga næstu mælinga á undan og eftir.

2.2 Gagnaröðin frá Patreksfirði 1994 - 2013

Sjávarhæðamælingar á Patreksfjarðarröðin stóðu yfir frá 1994 til 2013 og voru mælingar gerðar með sjálfvirkum mæli á 10 mínútna fresti¹.

Talsvert af samfelldum tímabilum vantar í röðina. Í heildina vantar rúmlega 32% af lengd hennar. Notast er við lengsta tímabil raðarinnar sem er án stórfelldra gata, tímabilið frá 1995 til og með 2002. Stærstu götin þar eru frá 20/04/1998 til 06/05/1998 og frá 01/12/2000 til 31/12/2000.

3 Almennt um sjávarföll

Sjávarföll stafa af togi tungls og sólar. Í kennslubókum má finna útleiðslu á því falli sem lýsir togkrafti frá hnetti á sporbraut á yfirborð jarðar (sjá t.d. Pugh & Woodworth (2015:36), Stewart (2008:302) eða bók Unnsteins Stefánssonar (1994:236)). Þegar áhrif sólar og tungls eru tekin saman fæst fall sem lýsir þeim krafti sem ræður sjávarfallabylgjunni. Í þessu falli má merkja reglubundna orsakarþætti og þeir helstu eru:

- Snúningur jarðar miðað við fastastjörnur. Hornhraði er $\omega = 15.04107^\circ / \text{klst}$ og snúnings-tími tæpur dagur (23 klst, 56 mín & 4 sek).
- Snúningur tungls um jörðu með hornhraðanum $s = 0.54901^\circ / \text{klst}$. Miðað við fastastjörnur er tunglið 27,32 daga að fara einn hring.
- Hreyfings jarðar um sólu með hornhraðanum $e = 0.04107^\circ / \text{klst}$ og tekur hver snúningur eitt ár.
- Lengdargráða tunglnáandar rekur með hornhraðanum $p = 0.00464^\circ / \text{klst}$ og tekur hver snúningur 8.847 ár.
- Ásvelta brautar tunglsins er $0.00221^\circ / \text{klst}$ og tekur hver snúningur 18.613 ár.

Vegna þess að ásvelta tunglbrautarinnar hefur áhrif á sjávarföll þarf strangt tiltekið tæp 19 ár áður en hægt er að greina alla sjávarfallaþætti. Hinsvegar eru þessi áhrif smá, og algengt að nota styttri raðir.

Ofangreindir orsakarþættir liðast saman á flókinn hátt og í sjávarfallagögnum má því greina marga ólíka bylgjuþætti, hver með sína tíðni. Mikilvægustu bylgjuþættirnir eru sýndir í töflu

¹Mælingar frá Patreksfirði voru yfirfarnar og kvarðaðar af Guðjóni Scheving sem góðfúslega lét höfundum þær í té.

2 sem er byggð á töflum í bók Unnsteins Stefánssonar (1994:251) og Stewart (2008:306). Í töflunni er hornhraði hvers bylgjupáttar skrifaður sem samsetning af hornhraðapáttunum hér að ofan (ω, s, e, p) og gefur það til kynna (ásamt nafnbótinni) til hvaða orsaka má rekja hvern bylgjupátt.

Tafla 2. Tíðni helstu bylgjupátta í sjávarföllum. Einungis eru sýndir þeir tíðniþættir með stærsta útslagið. Þó bylgjupættina megi rekja til þyngdarkrafta sólar og tungls eru þeir oft kallaðir sjávarfallakraftar (K) og eru táknaðir með samsetningu bókstafs og tölu.

Nafn	Tákn (K)	Sveiflutími (klst)	Hornhraði	Hlutfallsleg stærð krafta (% af M2)
<i>Hálfsdags</i>				
Aðal-tunglkraftur	M2	12.24	$2(\omega - s)$	100.0
Aðal-sólarkraftur	S2	12.00	$2(\omega - e)$	46.6
Stærri sporbaugs-kraftur tungls	N2	12.66	$2\omega - 3s + p$	19.2
Tungl-sól kraftur	K2	11.97	2ω	12.9
<i>Heilsdags</i>				
Tungl-sólarkraftur	K1	23.93	ω	58.4
Aðal-tunglkraftur	O1	25.82	$\omega - 2s$	41.5
Aðal-sólarkraftur	P1	24.07	$\omega - 2e$	19.4
Stærri-sporbaugs-kraftur tungls	Q1	26.87	$p - 2\omega$	7.9
<i>Langtíma</i>				
Hálfsmánaðar tunglkraftur	M_f	327.86	$2s$	17.2
Heilsmánaðar tunglkraftur	M_m	661.30	$s - p$	9.1
Hálfsárs sólarkraftur	S_{sa}	2191.40	$2e$	8.0

Þeir tíðniþættir sem eru sýndir í töflu 2 eru ekki endanleg upptalning á þeim tíðniþáttum sem búast má við að sjá í mælingum á sjávarhæð. Þetta eru einungis þeir tíðniþættir sem eru stærstir, en fleiri þættir finnast t.d. í greiningum gagna frá Reykjavík (sjá umfjöllun í grein 4). Í heildstæðari lista Doodson eru tæplega 399 tíðniþættir, þar af eru 100 langtíma, 160 með daglegri sveiflu, 115 tvisvar á dag og 14 þrisvar á dag (Stewart, 2008: 308). Einnig er rétt að benda á að taflan sýnir ekki heilsárs sveiflu vegna gangs jarðar um sólu. Þessi sveifla er táknuð með S_a , en hafa má í huga að í gagnaúrvinnslu smitast þessi sveifla af árstíðasveiflu hita og hugsanlega loftþrýstings.

Síðasti dálkurinn sýnir útslag hvers bylgjupáttar sem hlutfall af útslagi $M2$ sem er sá tíðniþáttur sjávarfallabylgjunnar sem víða hefur stærsta útslagið. Þessum tölum þarf a taka með fyrirvara, því það er ekki víst að sjávarföll á hverjum stað sýni sömu hlutföll. Á sumum stöðum í heiminum er t.d. heilsdagstíðni ráðandi og framlag $M2$ og annarra hálfsdags bylgjupátta hverfandi. Þegar sjávarfallabylgjan fer um grunnsævi, firði og voga, getur lögun botnsins og strandlínu dempað suma bylgjupætti, en magnað aðra. Þetta er ástæða þess að sjávarfallaspá á hverjum stað þarf að byggja á mælingum, - þrátt fyrir að þvingunin sé mjög regluleg.

4 Sundurliðun sjávarhæðar

Sjávarföll eru einu bylgjur hafsins sem hafa það stöðugan sveiflutíma að spá má fyrir þeim með mikilli nákvæmni. Hér er lýst þeirri aðferð sem notuð var til að meta sjávarfallaþætti í sjávarhæðamælingum.

Gerum ráð fyrir að mæld sjávarstaða, h , sem fall af tíma, t , sé summa þriggja liða,

$$h(t) = h_0(t) + s(t) + r(t), \quad (1)$$

þar sem $h_0(t)$ táknar meðalhæð sjávarborðs (sem við leyfum að breytast hægt), $s(t)$ táknar sjávarföll og $r(t)$ stendur fyrir sjávarfallaleifina (það sem upp á vantar þegar tekið hefur verið tillit til sjávarfalla og hægra breytinga í meðalhæð).

Meðalhæð sjávarborðs, eða *meðalsjávarhæð*, breytist hægt en stöðugt, til dæmis af völdum landsigs, landriss eða bráðnun jökla. Eins og rætt var að ofan þá ráðast sjávarföllin af gangi himintungla, en einnig getur landslag neðansjávar haft áhrif á einstaka bylgjuþætti. Sjávarföllin eru táknuð með $s(t)$, einnig kölluð *stjarnfræðilega sjávarstaðan* á tíma t . Síðasti liðurinn $r(t)$, sem við nefnum *sjávarfallaleif* (eða *leif*), er háður veðri og vindum og ómögulegt að spá fyrir um þennan lið til lengri tíma. Hún er því meðhöndluð sem slembistærð.

Allir þrír liðirnir eru háðir staðsetningu mælitækisins og því þarf að sýna aðgát ef reyna á að yfirfæra greiningu á þeim á aðra staði en þar sem mælingarnar eru gerðar. Næstu þrjár greinar lýsa því hvernig hver þessara liða er reiknaður.

Meðalsjávarhæð

Tímaháðar breytingar á meðalsjávarhæð eru fundnar með hefðbundinni aðferð minnstu kvaðrata. Gerum ráð fyrir að meðalsjávarhæð vaxi línulega, þ.e.a.s. að til séu fastar α og β þannig að

$$h_0(t) = \alpha + \beta t. \quad (2)$$

Við beitum aðferð minnstu kvaðrata á eins árs hlaupandi meðaltöl. Látum $\bar{h}(t)$ tákna meðaltal mælinganna sem voru gerðar á tímabilinu $[t - \frac{1}{2}\text{ár}, t + \frac{1}{2}\text{ár}]$. Lágmarkum svo fallið

$$g(a, b) = \sum_t (a + b t - \bar{h}(t))^2. \quad (3)$$

Hér var t látið hlaupa á vikum, þ.a. unnið var með hlaupandi ársmeðaltöl sem reiknuð voru á vikufresti (sjá mynd 3). Besta lína finnst síðan með því að finna þau gildi a og b sem lágmarka g , köllum þau (\tilde{a}, \tilde{b}) og þá er besta línan gefin með $\tilde{h}_0(t) = \tilde{a} + \tilde{b} t$.

Sjávarföll

Með hliðsjón af umfjöllun í grein 3 er eðlilegt að reyna að skrifa sjávarfallaþátt mæliraðarinnar sem línulega samantekt hornafalla, þar sem hver liður summunnar svarar til eins af hinna þekktu sjávarfallakrafta, en sumir þeirra eru sýndir í töflu 2. Jöfnuna má skrifa,

$$s(t) = \sum_K f_K(t_0) A_K \cos(\omega_K t - \phi_K + V_K(t) + u_K(t_0)), \quad (4)$$

þar sem

K er tiltekinn sjávarfallakraftur

f_K er leiðréttingarstuðull fyrir útslag K (*e. node factor*),

A_K er útslag K ,

ω_K er hornhraði K ,

ϕ_K er fasahorn K ,

V_K er stjarnfræðilegt horn K (*e. astronomical argument*).

u_K er leiðréttingarstuðull fyrir fasa.

Liðirnir í summunni eru *sjávarfallabættir* og stjórnast hver þeirra af styrk, hraða og fasa síns sjávarfallakrafts, K . Útslag kraftanna er misjafnt og verulega háð staðsetningu. Í Reykjavíkurböfn er til að mynda stærsta útslagið $A_{M_2} \approx 132$ cm en veikustu kraftarnir sem eru skoðaðir hafa útslag smærra en 1 mm (t.d. S_6 og v_1).

Hver sjávarfallakraftur hefur fastan hornhraða hvar sem hann er mældur. Hægasti krafturinn sem er skoðaður, S_a , hefur hornhraða $\omega_{S_a} = 0.04107^\circ/\text{klst}$ sem svarar til eins árs lotu en sá hraðasti, M_8 , hefur hraðann $\omega_{M_8} = 115.9^\circ/\text{klst}$ (rúm þriggja tíma lota). Fasahornið ϕ_K er fasahliðrun miðuð við fasa jafnvægisjávarfalls (*e. equilibrium tide*) á Greenwich lengdarbaug. Leiðréttingarstuðlarnir f_K og u_K eru til komnir vegna veltu snúningsáss tungls um jörðu, sem hefur um það bil 19 ára lotu. Stjarnfræðilega hornið, V_K , er leiðrétting fyrir innbyrðis afstöðu himintunglanna. (Gunnar G. Tómasson og fleiri, 1996).

Eins og ráða má af töflu 2 má skipa sjávarfallakraftunum í fjóra flokka eftir lotu þeirra: hálf- og heilssólarhringskrafta og skamm- og langtímakrafta. Ráðandi kraftar eru hálfssólarhringskraftarnir *aðal-tunglkraftur*, M_2 , og *aðal-sólarkraftur*, S_2 . Þegar sterkari krafturinn, M_2 , er í hámarki verður *flóð* og þegar hann er í lágmarki verður *fjara*. Hér eftir köllum við flóð af þessu tagi *stjarnfræðileg flóð* til aðgreiningar frá flóðum af veðurfarslegum toga. Kraftarnir M_2 og S_2 hafa hornhraða $\omega_{M_2} = 28.98^\circ/\text{klst}$ og $\omega_{S_2} = 30^\circ/\text{klst}$ og klárar S_2 því tvær umferðir á 24 klukkustundum en M_2 á 24 tímum og 50 mínútum. Um það bil tvisvar í mánuði eru þessir tveir kraftar í fasa og heitir það *stórstreymi*. Þá verður styrkjandi samliðun milli þeirra og sjávarfallabylgjan hefur útslagið $A_{M_2} + A_{S_2} + rest$. Það kallast svo *smástreymi* þegar kraftarnir eru *úr* fasa og þá verður útslag sjávarfallabylgjunnar $A_{M_2} - A_{S_2} + rest$ vegna eyðandi samliðunar. (Unnsteinn Stefánsson, 1994: 251)

Með hugbúnaði sem notar aðferð minnstu kvaðrata má meta $s(t)$ út frá stærðinni $h(t) - \tilde{h}_0(t)$ upp að vissum fjölda sjávarfallaþátta sem ræðst af lengd tímaradarinnar. Hér var notað sjávarfallagreiningarforritið UTide, sem hægt er að sækja endurgjaldslaust á vefnum <https://github.com/wesleybowman/UTide>. Við táknum það mát á $s(t)$ sem fékkst með UTide, $\tilde{s}(t)$ og mælda sjávarhæð að frádreginni meðalhæð $z(t) \equiv h(t) - \tilde{h}_0(t)$. Greindir sjávarfallakraftar, útslag þeirra og fasahorn má sjá í viðauka I.

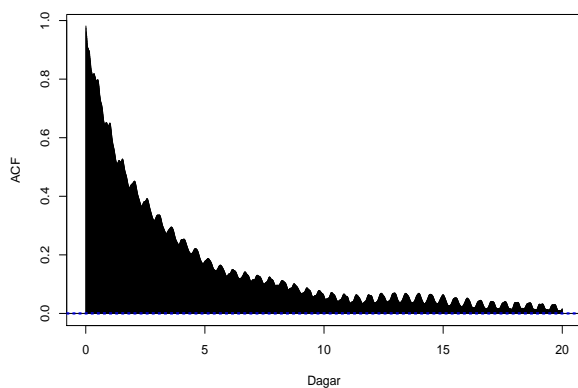
Sjávarfallaleif

Við getum nú metið sjávarfallaleifina sem mismun reiknaðra gilda og mælinga

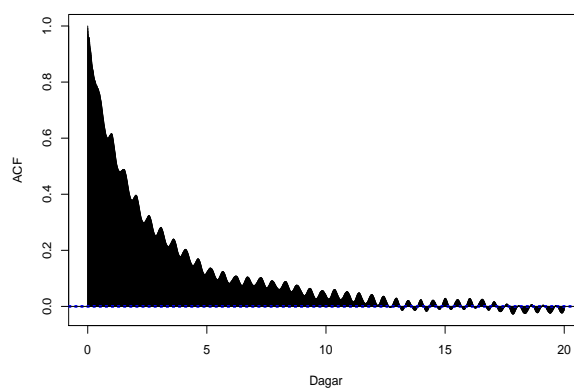
$$\tilde{r}(t) = z(t) - \tilde{s}(t). \quad (5)$$

Líta má á tímaröðina $\tilde{r}(t)$ sem slembiferil, sem ræðst af veðurtengdum þáttum sem hafa hafa tilviljanakennd áhrif á sjávarhæð. Þar sem það tekur veðrakerfi nokkurn tíma að fara yfir landið má búast við að nærliggjandi gildi í $\tilde{r}(t)$ séu háð hvert öðru. Hins vegar eru því takmörk sett hversu langminnug þessi ferli geta verð, svo fyrir nógu stórt Δt , má leiða líkur að því að stærðirnar $\tilde{r}(t)$ og $\tilde{r}(t + \Delta t)$ séu óháðar. Auk þessa má búast við sjálffylgni frá því einu að draga sjávarfallaþætti frá mælingum, enda ómögulegt að fullkomlega aðskilja þá.

Ef við gerum ráð fyrir að r ráðist að mestu af vindstyrk, má velja Δt sem meðal líftíma óveðra. Þá eru mælingar sem gerðar eru með meira en Δt millibili orsakaðar af óháðum óveðrum. Ákvörðun Δt er hægt að byggja á skoðun á sjálffylgni raðarinnar sem sýnd er á mynd 1. Ákveðið var að nota $\Delta t = 7$ dagar, sem er lengri en meðal líftími óveðra á Íslandi, um 5 dagar (Guðrún Nína Petersen, 2014).



(a) Reykjavík.



(b) Patreksfjörður.

Mynd 1. Sjálffylgni sjávarfallaleifar í Reykjavík og á Patreksfirði.

5 Líkindareikningur

5.1 Aðferð hámarka yfir þröskuldi

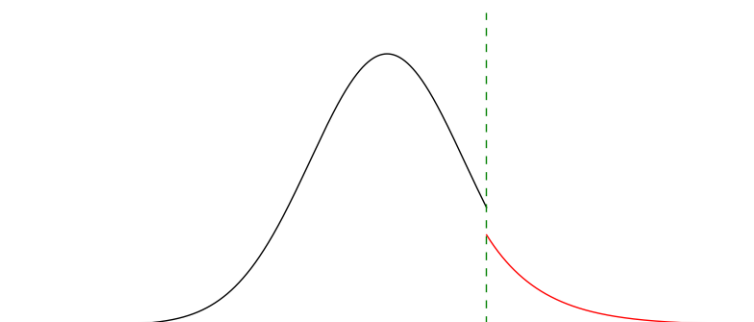
Látum slembistærðina R lýsa hæð hæstu sjávarfallaleif sem mælist á tímabili Δt . Við höfum áhuga á líkum þess að sjávarfallaleifin taki há gildi og þar með að R taki há gildi. Lægri gildi á R skipta minna máli vegna þess að þau valda síður sjávarflóðum. Það er því mikilvægt að fá gott mat á „hægri hala“ líkindadreifingar R .

Skilgreinum tvær nýjar slembistærðir X og Y . Látum X vera R skilyrt við að $R \leq u$ og Y vera $R - u$ skilyrt við að $R > u$. Með öðrum orðum $X = R \mid R \leq u$ og $Y = R - u \mid R > u$. Hér er u svokallaður *þröskuldur* sem er valinn til að skilja að hægri hala líkindadreifingar og bol hennar.

Við getum t.d. gert ráð fyrir því að X fylgi stýfðri normaldreifingu (*e. truncated normal distribution*), með efri mörk u , meðalgildi μ og staðalfrávik η . Þá hefur X dreififallið

$$F_X(x) = \begin{cases} \Phi\left(\frac{x-\mu}{\eta}\right) / \Phi\left(\frac{u-\mu}{\eta}\right) & \text{ef } x \leq u \\ 1 & \text{ef } x > u \end{cases} \quad (6)$$

Hér er Φ dreififall stöðluðu normaldreifingarinnar (með meðalgildi 0 og staðalfrávik 1).



Mynd 2. Þéttleikafall R samanstendur af þéttleikafalli normaldreifingarinnar, f_X (svartur ferill), upp að þröskuldinum u (græn brotalína) og þéttleikafalli almennu Pareto dreifingarinnar (rauður ferill) ofan við þröskuldinn.

Almenna Pareto dreifingin

Ef þröskuldurinn u er valinn nægilega hár, má nálga dreifingu Y með almennu Pareto dreifingunni. Almenna Pareto dreifingin (a.P.d. hér eftir) með skölunarstika σ og lögunarstika ξ hefur þéttleikafallið (*e. probability density function, pdf*)

$$f_Y(y) = \begin{cases} \sigma^{-1} e^{-y/\sigma} & \text{ef } \xi = 0 \text{ og } y \in D \\ \sigma^{-1} \left(1 + \xi \frac{y}{\sigma}\right)^{-1-1/\xi} & \text{ef } \xi \neq 0 \text{ og } y \in D \\ 0 & \text{annars} \end{cases} \quad (7)$$

og dreififallið (*e. cumulative distribution function, cdf*)

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & \text{ef } y < 0 \\ 1 - e^{-y/\sigma} & \text{ef } \xi = 0 \text{ og } y \in D \\ 1 - \left(1 + \xi \frac{y}{\sigma}\right)^{-1/\xi} & \text{ef } \xi \neq 0 \text{ og } y \in D \\ 1 & \text{ef } \xi < 0 \text{ og } y > -\sigma/\xi \end{cases} \quad (8)$$

þar sem $D = [0, +\infty[$ ef $\xi \geq 0$, en $D = [0, -\sigma/\xi[$ ef $\xi < 0$ (Coles, 2001:75).

Látum $\zeta = \Pr(R > u)$. Við höfum þá fyrir $y > u$:

$$\begin{aligned} \Pr(R \geq y) &= \Pr(R > u) \Pr(R - u \geq y - u \mid R > u) \\ &= \Pr(R > u) \Pr(Y \geq y - u) \\ &= \zeta (1 - F_Y(y - u)) \end{aligned} \quad (9)$$

Þessa stærð, líkurnar á því að sjávarfallaleif verði hærri en y , má nota til þess að reikna *endurkomutíma sjávarfallaleifar af hæð* y . Látum ν vera tíðni mælinga á R , þ.e.a.s. $\nu = n/K$, þar sem n er fjöldi mælinga og K er fjöldi ára. Þá fæst að ef sjávarfallaleifin nær hæðinni $y_N > u$ að meðaltali einu sinni á hverju N ára tímabili, þá uppfyllir y_N jöfnuna

$$\frac{1}{N} = \Pr(R \geq y_N) \nu \quad (10)$$

Nú má nota jöfnur 8, 9 og 10 til þess að einangra y_N og fá

$$y_N = \begin{cases} u + \sigma \log(N\nu\zeta) & \text{ef } \xi = 0 \\ u + \frac{\sigma}{\xi} \left((N\nu\zeta)^\xi - 1 \right) & \text{annars} \end{cases} \quad (11)$$

Við segjum að y_N sé *endurkomugildi* N ára og að N ár sé *endurkomutími* hæðarinnar y_N . Fyrir ákvörðun öryggisbila er vísað á Coles (2001:74-84).

5.2 Val á þröskuldi

Óháð öfgagildi

Þröskuldsaðferðin krefst þess að gögnin sem unnið er með séu innbyrðis óháð og fylgi sömu dreifingu. Augljóst er að sjávarhæðamælingar, gerðar á 10 mínútna fresti, uppfylla ekki fyrra skilyrðið. Í fyrsta lagi eru þau háð sjávarföllum og í öðru lagi eru öfgagildi háð óveðrum sem geta varað í nokkra daga. Því þarf að útbúa sýni af óháðum stökum.

Til þess kynnum við svokallaðan *öfgastuðul* (*e. extremal index*), $\theta(u)$, sem gefur til kynna hversu óháð gildi yfir sjávarhæð u séu. Stuðullinn er ákvarðaður með því finna hlutfall *þyrpinga* (*e. clusters*) yfir þröskuldi og heildarfjölda mælinga yfir þröskuldi. Talað er um þyrpingu þegar

sjávarhæð fer yfir þröskuld, aftur undir og að a.m.k. tími Δt hefur liðið á milli þess að sjávarhæð fer aftur yfir þröskuldinn. Jafna öfgastuðulsins er því

$$\theta(u) = \frac{n_c(u)}{n(u)}, \quad (12)$$

þar sem $n_c(u)$ er fjöldi þyrpinga og $n(u)$ er fjöldi mælinga. Fyrir óháð raðir er $\theta = 1$ en hafa verður í huga hið andstæða, þ.e. ef $\theta = 1$ er röðin ekki endilega óháð (Coles, 2001). Önnur túlkun á öfgastuðlinum er sú að andhverfa hans er meðaltími yfir þröskuldi. Látum $d(u) \equiv \theta^{-1}(u)$ og þá

$$d(u) = \frac{n(u)}{n_c(u)}. \quad (13)$$

Öfgastuðulinn notum við til að ákvarða *raunþröskuld* (e. *physical threshold*), u_p , sem ekki skal rugla saman við tölfræðilegan þröskuld sem er notaður við mat Pareto dreifingar. Segjum t.d. að við höfum áhuga á atburðum sem gerast 10 sinnum eða sjaldnar á ári, þ.e. $\lambda = 10$ atburðir/ár. Öfgastuðulinn er reiknaður þar til að við finnum þann þröskuld sem uppfyllir $n_c(u_p)/K \approx \lambda$ og $\theta(u_p)$ ekki er of lágur. Úr hverri þyrpingu yfir u_p veljum við síðan hæsta gildið og höfum því smíðað sýni af innbyrðis óháðum öfgagildum.

Tölfræðilegur þröskuldur

Fyrsta skrefið við mat á líkindadreifingu er að velja tölfræðilegan þröskuld, u . Val þröskuldsins er nokkuð huglægt en stuðst við þrjár myndrænar aðferðir. Fyrsta aðferðin byggist á skoðun meðalgilda hágilda yfir þröskuldi (e. *mean residual life plot (MRL)*). Hún byggist á jöfnunni:

$$\text{MRL}(u) = \frac{1}{n_u} \sum_{i=1}^{n_u} (y_i - u), \quad u < y_i, \quad (14)$$

þar sem y_i eru innbyrðis óháð stök. Þegar almenna Pareto dreifingin á við ætti $\text{MRL}(u)$ að breytast nokkurn veginn línulega með u .

Hinar tvær aðferðirnar byggjast á því að meta lögunar- og skölunarstika a.P.d við mismunandi þröskuld. Gerum ráð fyrir að ótilgetin dreifing öfgagilda yfir þröskuldi u_0 , með stika σ_{u_0} og ξ , fylgi almennu Pareto dreifingunni. Þá ætti önnur dreifing með þröskuld $u > u_0$, sem einnig fylgir a.P.d. að hafa sama lögunarstika ξ , en annan skölunarstika

$$\sigma_u = \sigma_{u_0} + \xi(u - u_0), \quad u > u_0. \quad (15)$$

Skilgreinum nú

$$\sigma^* \equiv \sigma_u - \xi u. \quad (16)$$

Samkvæmt ofansögðu er ξ fasti með tilliti til u og því er umstikunin (e. *reparameterization*) σ^* það einnig. Ef við teiknum ξ og σ^* sem fall af u ættu gröfin að vera nokkurn veginn lárétt fyrir þau u þar sem a.P.d. gildir.

5.3 Almenna öfgadreifingin

Rétt eins og þröskuldsaðferðin, leggur aðferð almennu öfgadreifingarinnar mat á dreifingu útgilda. Ólíkt þröskuldsaðferðinni er þó ekki miðað við útgildi yfir tilteknum þröskuldi, heldur eru

skoðuð hámark yfir tiltekin tímabil eða „blokkir“. Ef gert er ráð fyrir að gildin innan hvorrar blokkar séu óháð slembigildi með sömu líkindadreifingu má leiða út dreififall fyrir hámarks- gildi hvorrar blokkar. Fyrir dæmigerð not er blokkarstærðin eitt ár og aðferðin gefur þá dreifingu hámarksgilda hvers árs.

Dreififall almennu öfgadreifingarinnar er gefið með (Coles, 2001: 47)

$$G(z) = \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{z - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi} \right\} \quad (17)$$

þar sem μ ($-\infty < \mu < \infty$), σ ($\sigma > 0$) og ξ ($-\infty < \xi < \infty$) eru kallaðir staðsetningar-, kvarða- og lögunarstiki.

Skipta má almennu öfgadreifingunni niður í þrjár undirdreifingar, og ræður formerki ξ skiptingunni. Fyrir $\xi > 0$ fylgir G Fréchet dreifingu, en Weibull dreifingu ef $\xi < 0$. Ef $\xi = 0$ fylgir G svonefndri Gumbel dreifingu, en ef markgildi jöfnu 17 fyrir $\xi \rightarrow 0$ er skoðað fæst jafna dreififalls Gumbel

$$G(z) = \exp \left[- \exp \left\{ \left(- \frac{z - \mu}{\sigma} \right) \right\} \right] \quad (18)$$

Líkingu fyrir endurkomutíma má finna með því að skoða andhverfu jöfnu 17. Endurkomutíminn er tengdur lengd blokkarinnar, ef t.d. verið er að skoða hæstu gildi hvers árs, fæst aftakagildi með N -ára endurkomutíma með

$$z_p = \begin{cases} \mu - \frac{\sigma}{\xi} \left[1 - (-\log(1-p))^{-\xi} \right] & \text{ef } \xi \neq 0 \\ \mu - \sigma \log(-\log(1-p)) & \text{ef } \xi = 0 \end{cases} \quad (19)$$

þar sem $p = 1/N$ eru líkur þess að gildið z_p komi fyrir. Fyrir 10 ára endurkomutíma er því $p = 0.1$ o.s.frv. Fyrir útreikninga á öryggisbilum almennu öfgadreifingarinnar er aftur vísað á Coles(2001: 45-59).

5.4 Samlíkur sjávarfalla og sjávarfallaleifar

Ef sjávarfallaleif nær verulegri hæð á smástreymi er ólíklegt að til komi flóð. Hins vegar þarf ekki mjög háa leif á stórstreymi til að valda mögulegum flóðum. Ein aðferð til þess að meta líkur á sjávarflóðum er að meta líkurnar á því að summa sjávarfallaleifar og sjávarfalla nái verulegri hæð. Til þessa eru notaðar samlíkur (e. *Joint probability*), þar sem líkindadreifingar sjávarfalla og sjávarfallaleifa eru faldaðar hvor við aðra². Til einföldunar gerum við ráð fyrir að sjávarföll og sjávarfallaleif séu óháðar hvor annarri.

Þéttleiki sjávarfalla og bols sjávarfallaleifar

Samkvæmt jöfnu (5) er mæld sjávarhæð að frádræginni meðalhæð á tíma t gefin með

$$z(t) = \tilde{s}(t) + \tilde{r}(t), \quad (20)$$

²Aðferðin sem hér er beitt byggir á grein Mazas et. al (2014) þar sem þröskuldsaðferð er beitt á svokallaða RJP aðferð (e. *Revised Joint Probability method*) eftir Tawn & Vassie (1989).

og hefur samsvarandi slembistærð $Z = S + R$ og því dreififall

$$F_Z(z) = \int_{-\infty}^z f_Z(z') dz'. \quad (21)$$

Hér er $f_Z(z)$ þéttleikafall sjávarhæðar Z , en þar sem $Z = S + R$ og við gerum ráð fyrir að R og S séu óháðar slembistærðir nýtum við okkur eftirfarandi jöfnu

$$f_Z(z) = f_{S+R}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_S(z-t) f_R(t) dt, \quad (22)$$

þar sem f_S og f_R eru tilsvareandi þéttleikaföll sjávarfalla og -leifar. Til að auðvelda útreikninga gerum við dreifi- og þéttleikaföll strjál með billengd $\delta = 0.001$ m. Þéttleikafall sjávarfalla, $f_S(s)$, metum við með empirískum þéttleikametli á röðina $\tilde{s}(t)$. Segjum að $S \in [s_{min}; s_{max}]$ og gerum ráð fyrir að þéttleiki S utan bilsins sé núll. Þar sem sjávarföll ganga í 18,6 ára lotum fæst besta nálgun ef lengd gagna er margfeldi af 18,6 árum. Styttri tímaraðir upp á nokkur ár ættu þó að gefa góða nálgun ef við látum $S \in [s_{min} - \epsilon; s_{max} + \epsilon]$, þar sem ϵ er stærri eftir því sem að röðin er styttri.

Þéttleikafall sjávarfallaleifar má skipta í tvo hluta (sjá grein 5.1), annars vegar þann hluta sem er yfir ákveðnum þröskuldi u og hins vegar þann sem er undir (bolur). Efri hluta leifarinnar, Y , gerum við ráð fyrir að fylgi almennu Pareto dreifingunni en sá neðri metum við empirískt líkt og sjávarföllin. Við látum nú bol leifarinnar vera $X \in [x_{min}; x_{max}]$ og gerum ráð fyrir að þéttleiki utan bilsins sé núll. Nú skilgreinum við x_{max} þannig að það sé stærra eða jafnt því öfgagildi sem reiknað er með þröskuldsaðferð (t.d. 200 eða 500 ára endurkomugildi) að meðtöldu efra öryggisbili. Lægra markið, x_{min} , er einfaldlega lægsta leifin sem fæst með UTide því við gerum ekki ráð fyrir að leifin hafa öfga „vinstri hala“.

Þéttleiki öfgagilda

Hæð sjávarfallaleifar yfir þröskuldi u fylgir a.P.d. og er þéttleikinn gefinn með jöfnu 7. Aðferð samlíka byggist á því falda þéttleika sjávarfallanna við leifina samkvæmt jöfnu 22. Hins vegar er þéttleiki öfgagildanna ákvarðaður með stökum óháðum öfgagildum en sjávarföllin með innbyrðis háðum mælingum. Til að geta faldað þessar dreifingar saman, þarf að varpa þéttleika öfgaleifarinnar yfir á form háðu mælinganna.

Ítarlega útleiðslu á þessari vörpun má sjá í Mazas ofl. (2014). Þegar vörpunin er framkvæmd, verða líkurnar á að sjávarfallaleif sé hærri en hæð y

$$\Pr(Y > y) = \zeta d_Y(y)(1 - F_Y(y - u)), \quad y > u. \quad (23)$$

Jafnan að ofan er nánast óbreytt frá jöfnu 9, við höfum einungis margfaldað með $d_Y(y)$, meðaltíma yfir þröskuldi y . Þéttleika $f_Y(y)$ má nú auðveldlega ákvarða með því að taka afleiðu af ofangreindu dreififalli.

Endurkomutími

Munum að stærðirnar eru strjálár og því er $Y \in [u; y_{max}]$ samanber jöfnu 8. Nú getum við ritað dreififall sjávarhæðar, þ.e. jöfnu 21, á forminu

$$F_Z(z) = \sum_{z_{min}}^z \left[\int_{s_{min}+x_{min}}^{s_{max}+x_{max}} f_S(z-t)f_X(t)dt + \int_{s_{min}+u}^{s_{max}+y_{max}} f_S(z-t)f_Y(t)dt \right], \quad (24)$$

þar sem $z_{min} = s_{min} + x_{min}$. Strjál földun er fljótlega reiknuð með Fourier ummyndun og endurkomutími N fæst með sama hætti og í jöfnu 10, þ.e.

$$\frac{1}{N} = \Pr(z > z_N)\mathbf{v} = (1 - F_Z(z_N))\mathbf{v}. \quad (25)$$

Beita þarf tölulegum aðferðum til að finna jöfnu hliðstæða jöfnum 11 og 19, en upplausn upp á $\delta = 0.001 m$ ætti að gefa nægilega samfellt mat á N . Jafna 24 að ofan gefur endurkomutíma á sjávarhæðarmælingu z_N , en ekki endurkomutíma atburðs (þyrpingu) með hágildi z_N . Aðferðin við að ákvarða slíka endurkomutíma er einfaldlega að beita andhverfu vörpunarinnar sem gerð var að ofan, þ.e.

$$\frac{1}{N} = \Pr(z > z_N) \frac{\mathbf{v}}{d_Z(z_N)} = (1 - F_Z(z_N)) \frac{\mathbf{v}}{d_Z(z_N)}, \quad (26)$$

þar sem $d_Z(z)$ er meðal tími yfir sjávarhæð z . Jafna 26 er því endurkomutími (N) atburðar sem nær hámarki í sjávarhæð z_N .

Öryggisbil endurkomutíma er áætlaður út frá öfgasjávarfallaleif. Við gerum ráð fyrir að óvissa í þéttleika sjávarfalla (S) og bol sjávarfallaleifar (X), sé hverfandi miðað við óvissu í öfgagildum (Y). Öryggisbilin fást út frá endurkomutímum neðri og efri öryggismarka stuðla a.P.d sjávarfallaleifar (σ og ξ). Hér gerum við þá nálgun að ef $\xi > 0$, megi setja $\xi \rightarrow 0$, til að hafa öryggisbil innan skynsamlegra marka. Endurkomutímar þessara stuðla gefa þá 95% öryggisbil samlíka.

6 Niðurstöður

Í þessum kafla eru reifaðar niðurstöður þeirra greiningaraðferða sem lýst var í greinum 4 og 5, fjallað um þá endurkomutíma sem fengust með þróskuldsaðferð, þeir ræddir með hliðsjón af þeim endurkomutímum sem fást þegar beitt er almennu öfgagreiningunni á árs hámarks. Að lokum er tilgreindar niðurstöður um endurkomutíma flóða reiknuðum með samlíkum sjávarfalla og -leifa.

Öll tölfræðileg úrvinnsla er gerð í forritunarmálinu R (R Core Team). Tölfræði öfgagilda er unnin með *extRemes* öfgatölfræðipakkanum (Eric Gilleland, Richard W. Katz, 2016). Stuðlar almennu öfgadreifingarinnar (GEV) og almennu Pareto dreifingarinnar (GP) eru ákvarðaðir með sennileikamati (*e. maximum likelihood estimate, mle*). Þar sem tilsvareandi lögrasennileikaföll eru hámarkuð:

$$\text{GEV} : l(\mu, \sigma) = \begin{cases} -m \log \sigma - \sum_{i=1}^m \frac{z_i - \mu}{\sigma} - \sum_{i=1}^m \exp\left(-\frac{z_i - \mu}{\sigma}\right) & , \text{ ef } \xi = 0 \\ -m \log \sigma - \left(1 + \frac{1}{\xi}\right) \sum_{i=1}^m \log\left(1 + \xi \frac{z_i - \mu}{\sigma}\right) & \\ - \sum_{i=1}^m \log\left(1 + \xi \frac{z_i - \mu}{\sigma}\right)^{-1/\xi} & , \text{ annars} \end{cases} \quad (27)$$

$$\text{GP} : l(\sigma, \xi) = \begin{cases} -m \log \sigma - \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^m y_i & , \text{ ef } \xi = 0 \\ -m \log \sigma - \left(1 + \frac{1}{\xi}\right) \sum_{i=1}^m \log\left(1 + \xi \frac{y_i}{\sigma}\right) & , \text{ annars} \end{cases} \quad (28)$$

þar sem m táknar stærð úrtaksins sem notað er.

6.1 Meðalsjávarhæð og sjávarfallaleif

Niðurstöður greiningar á meðalsjávarhæð, h_0 , þar sem eins árs meðaltöl hlupu á vikufresti, voru eftirfarandi:

$$\begin{aligned} \text{Reykjavík: } \tilde{h}_0(t) &= 209,837 \text{ cm} + 0,277927 t \text{ cm/ár,} \\ \text{Patreksfjörður: } \tilde{h}_0(t) &= 167,828 \text{ cm} + 0,0499 t \text{ cm/ár,} \end{aligned}$$

þar sem t í Reykjavík er tími frá 1. janúar 1956 en frá 1. janúar 1995 á Patreksfirði. Við höfum 95% öryggisbil fyrir skurðpunkta og hallatölur en þau eru:

$$\begin{aligned} \text{Reykjavík: } CI_a &= [208,288; 211,385] \text{ cm} & CI_b &= [0,246211; 0,309644] \text{ cm/ár} \\ \text{Patreksfjörður: } CI_a &= [167,366; 168,290] \text{ cm} & CI_b &= [-0,00053; 0,001530] \text{ cm/ár} \end{aligned}$$

Niðurstöður sjávarfallagreiningar UTide voru notaðar til þess að reikna stjarnfræðilega sjávarstöðu. Þessar tímaraddir köllum við \tilde{s} . Sjávarföllin, \tilde{s} , voru loks dregin frá $z = h - \tilde{h}_0$, þá fékkst tímaröð sjávarfallaleifar \tilde{r} .



Mynd 3. Vikuleg ársmeðaltöl (svartir punktar), aðhvarfslínan $h_0(t)$ (rauð), 95% öryggisbil fyrir h_0 (blá punktalína) og 95% spábil fyrir ársmeðaltöl (græn brotalína).

6.2 Endurkomutímar árshámarka

Af þeim aðferðum sem gert hefur verið grein fyrir, er aðferð árshámarka einföldust í framkvæmd. Gera má ráð fyrir að hámarks nærliggjandi ára séu óháð, að því gefnu að hámarks lendi ekki nálægt hvor öðru, sitt hvoru megin við nýtt ár. Stuðlar almennu öfgadreifingarinnar fást með því að hámarka lograsennileikafall GEV, jöfnu 28.

Reykjavík

Í Reykjavík eru notuð gögn frá árunum 1996 til 2013, þ.e. 18 ár af mælingum og því 18 hámarks. Því er úrtakið $m = 18$ í jöfnu 28 og hámarksun lograsennileikafallsins gefur:

$$\begin{aligned}\mu &= 2,4661 \text{ m}, & CI_\mu &= [2,4169; 2,5154] \text{ m} \\ \sigma &= 0,0985 \text{ m}, & CI_\sigma &= [0,0659; 0,1311] \text{ m} \\ \xi &= -0,0762, & CI_\xi &= [-0,2861; 0,1337].\end{aligned}$$

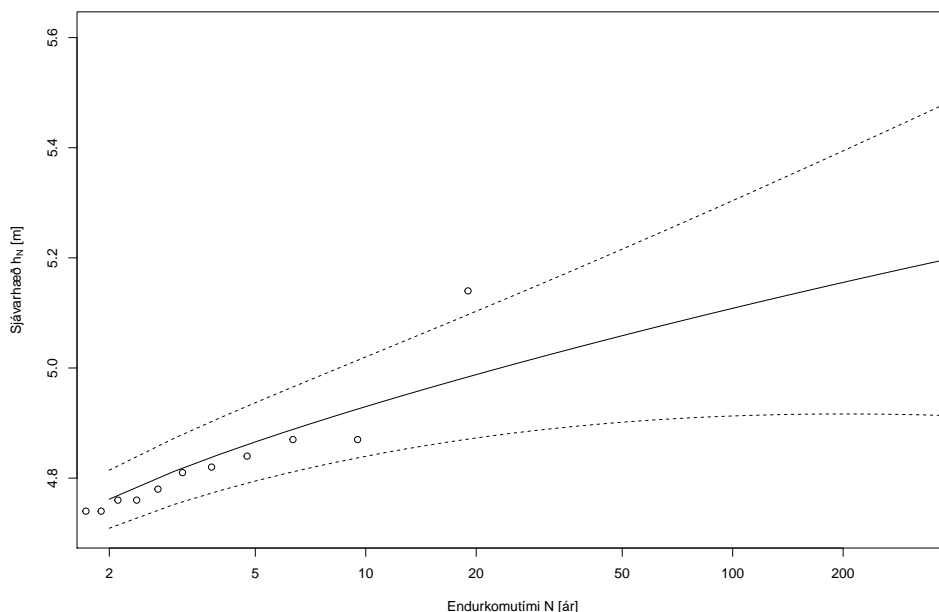
Stuðlar GEV eru reiknaðir samkvæmt sjávarhæð að frádreginni meðalhæð, \tilde{h}_0 , en endurkomutímar raunverulegrar sjávarhæðar, h_N , þ.e. með viðbættri meðalhæð, eru sýndir á mynd 4.

Hundrað ára endurkomugildið, h_{100} , ásamt 95% öryggisbilum reynist vera

$$h_{100} = 5,108 \text{ m}, \quad CI_{h_{100}} = [4,912; 5,304] \text{ m}.$$

Patreksfjörður

Á Patreksfirði eru notuð gögn frá 1995 til 2002 og því einungis 8 punktar til umráða. Punktarnir eru einfaldlega of fáir til að fá sæmilegt mat á almennu öfgadreifinguna. Þó er hægt að nota GEV með því að skoða r stærstu gildin á ári. Sú aðferð kallast á ensku r order statistics en henni er ekki beitt hér. Áhugasömum er bent á (Coles: 66-72).



Mynd 4. Endurkomutímar sjávarhæðar h_N samkvæmt GEV, í hæðakerfi Reykjavíkurhafnar.

6.3 Endurkomutímar þröskuldaðferðar

Þröskuldaðferð er beitt bæði á sjávarhæð og sjávarfallaleif í Reykjavík og á Patreksfirði. Líkt og í árlegu hámarkaaðferðinni, eru stuðlar almennu Pareto dreifingarinnar ákvarðaðir út frá sjávarhæð að frádreginni meðalhæð. Við gefum endurkomutíma upp í raunverulegri sjávarhæð, $h(t)$, til að hafa samanburð í samsvarandi hnitakerfi mælinga á hverjum stað.

Reykjavík

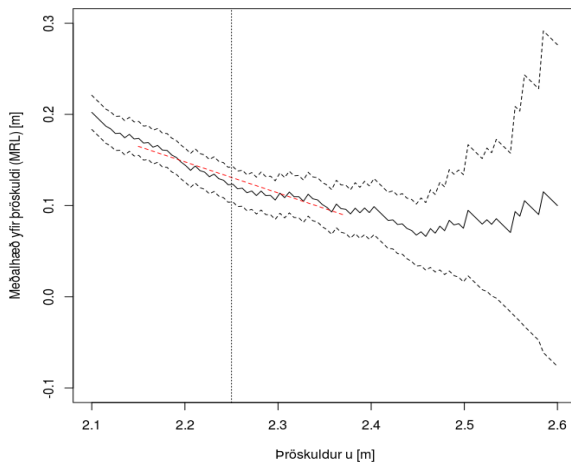
Eins og áður hefur komið fram krefst þröskuldaðferð þess að unnið sé með innbyrðis óháð gögn sem fylgja sömu dreifingu. Við látum $\lambda = 10$ atburðir/ár, þ.e. við höfum áhuga á þeim gildum sem koma tíu sinnum eða sjaldnar fyrir. Raunþröskuldur reynist vera $u_p = 2,12$ m, og með $\Delta t = 7$ dagar, inniheldur sýnið 170 innbyrðis óháða punkta. Tölfræðilegur þröskuldur er nú ákvarðaður út frá sýninu með myndrænum hætti. Út frá myndum 5a og 5b veljum við tölfræðilegan þröskuld $u = 2,25$ m, sem gefur $m = 105$ fyrri ákvörðun a.P.d (mynd 12b).

Hámörkun lograsennileikafalls, jöfnu 28, gefur stuðlana:

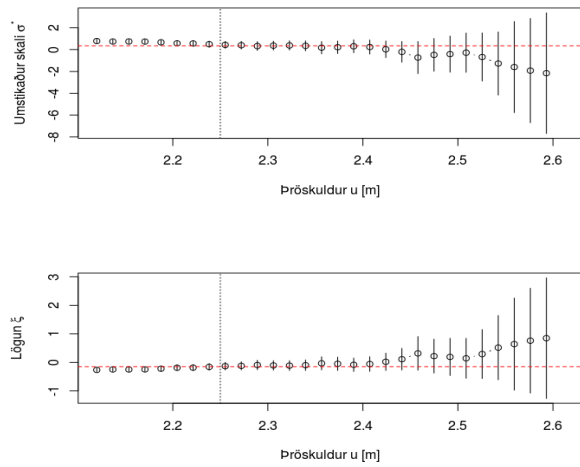
$$\begin{aligned}\sigma &= 0,1433 \text{ m}, & CI_\sigma &= [0,1111; 0,1754] \text{ m} \\ \xi &= -0,1536, & CI_\xi &= [-0,2744; -0,0328].\end{aligned}$$

Hundrað ára endurkomugildi, h_{100} , ásamt 95% öryggisbilum er því

$$h_{100} = 5,094 \text{ m}, \quad CI_{h_{100}} = [4,942; 5,246] \text{ m}.$$

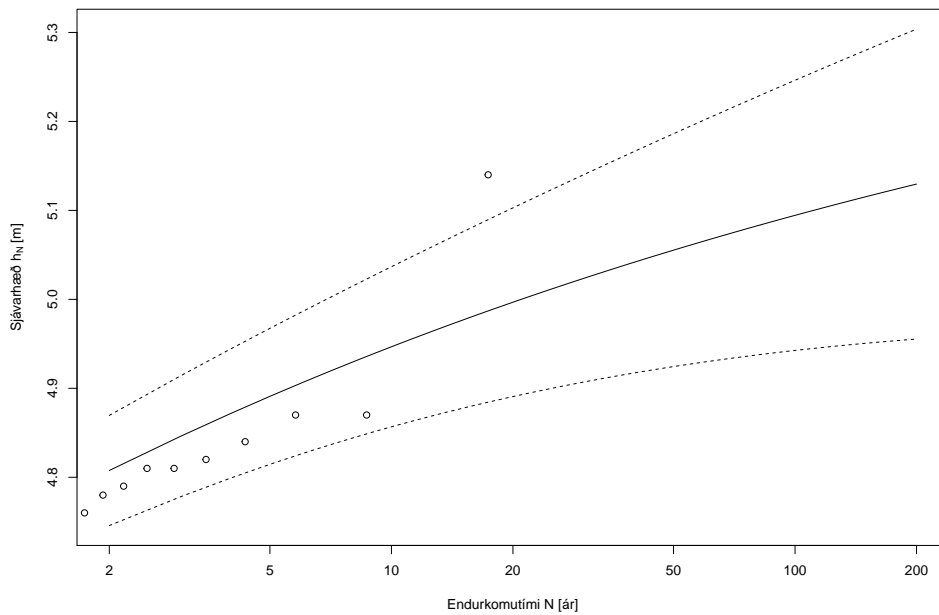


(a) Meðalhæð yfir þröskuldi.



(b) Lögun og umstikaður skali.

Mynd 5. Ákvörðun þröskulds fyrir sjávarhæðamælinga í Reykjavíkurbæ. Þröskuldur merktur með punktalínu.



Mynd 6. Endurkomutímar sjávarhæðar h_N samkvæmt POT, í hæðakerfi Reykjavíkurbæ.

Patreksfjörður

Á Patreksfirði veljum við raunþröskuld $u_p = 1,79 \text{ m}$, fyrir atburði sem gerast 10 sinnum eða sjaldnar ($\lambda = 10$). Sýnið inniheldur 75 punkta og við veljum tölfræðilegan þröskuld $u = 1,85 \text{ m}$ samkvæmt myndum 15a og 15b. Fjöldi punkta er nú $m = 60$ (mynd 17).

Stuðlar a.P.d eru eftirfarandi

$$\sigma = 0,1740 \text{ m}, \quad CI_{\sigma} = [0,1053; 0,2427] \text{ m}$$

$$\xi = -0,0687, \quad CI_{\xi} = [-0,3725; 0,2350],$$

með 100 ára endurkomugildi og öryggisbil

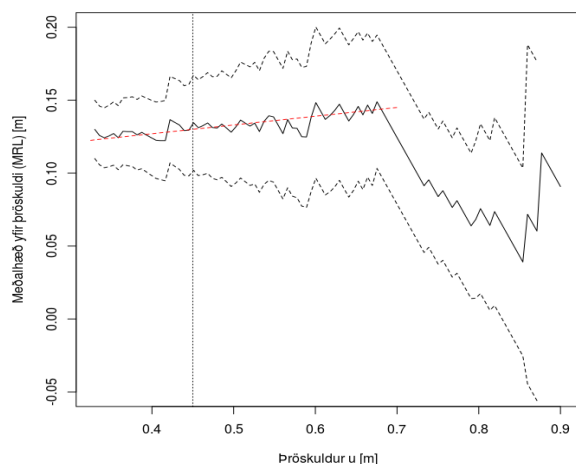
$$h_{100} = 4,464 \text{ m}, \quad CI_{h_{100}} = [3,854; 5,075] \text{ m}.$$

6.4 Endurkomutímar sjávarfallaleifa - þröskuldsaðferð

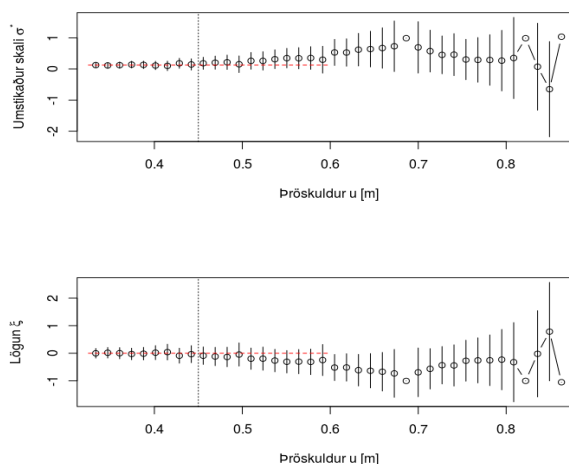
Sjávarfallaforritið UTide reiknar sjávarföll og sjávarfallaleif þegar meðalhæð hefur verið ákvörðuð. Hluti Patreksfjarðarraðarinnar sem notaður er, er einungis átta ár að lengd miðað við 18 í Reykjavík. Því má gera ráð fyrir að sjávarföll og sjávarfallaleif á Patreksfirði séu ónákvæmari en í Reykjavík. Athuga skal að endurkomutímar hér eru miðaðir við leif og því ekki hægt að bera þá saman við fyrri tölur.

Reykjavík

Raunþröskuldur sjávarfallaleifar í Reykjavík er valinn $u_p = 0,33 \text{ m}$, þegar miðað er við $\lambda = 10$ og gefur 155 punkta sýni. Tölfræðilegan þröskuld veljum við $u = 0,45 \text{ m}$ með hjálp mynda 7a og 7b. Hér er $m = 63$ (mynd 13a).



(a) Meðalhæð yfir þröskuldi.



(b) Lögum og umstikaður skali.

Mynd 7. Ákvörðun þröskulds fyrir sjávarfallaleif í Reykjavíkurbæ. Þröskuldur merktur með punktalínu.

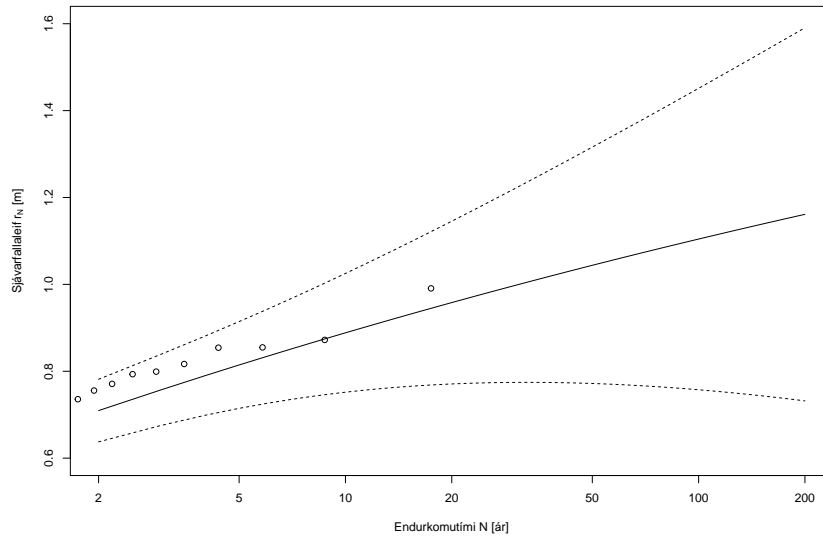
Stuðlar a.P.d. fást með hámmörkun lograsennileikafallsins, þeir eru

$$\sigma = 0,1420 \text{ m}, \quad CI_{\sigma} = [0,0883; 0,1958] \text{ m}$$

$$\xi = -0,0877, \quad CI_{\xi} = [-0,3755; 0,2000].$$

Hundrað ára endurkomugildi, h_{100} , ásamt 95% öryggisbilum er því

$$h_{100} = 1,104 \text{ m}, \quad CI_{h_{100}} = [0,757; 1,451] \text{ m}.$$



Mynd 8. Endurkomutímar sjávarfallaleifar r_N í Reykjavíkurhöfn samkvæmt POT.

Patreksfjörður

Á Patreksfirði er raunþröskuldur $u_p = 0,32$ m, ef aftur er miðað við $\lambda = 10$. Sýnið sem fæst inniheldur 75 punkta og tölfræðilegur þröskuldur er litlu hærri en raunþröskuldurinn, eða $u = 0,35$ m ú frá myndum 14a og 14b. Nú er $m = 66$ fyrir ákvörðun a.P.d. (mynd 13b).

Stuðlar almennu pareto dreifingarinnar eru

$$\begin{aligned}\sigma &= 0,1554 \text{ m}, & CI_\sigma &= [0,1023; 0,2085] \text{ m} \\ \xi &= -0,0750, & CI_\xi &= [-0,3175; 0,1676],\end{aligned}$$

og hundrað ára endurkomugildi ásamt 95% öryggisbilum er

$$h_{100} = 1,170 \text{ m}, \quad CI_{h_{100}} = [0,726; 1,614] \text{ m}.$$

6.5 Endurkomutímar samlíka

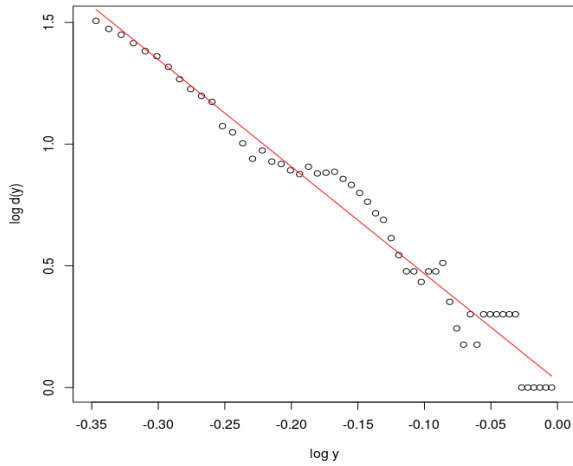
Aðferð samlíka sem hér er beitt (Mazas ofl. 2014), krefst þess að þröskuldsaðferð sé beitt á sjávarfallaleif. Þéttleikaföllin eru földuð hvort við annað og varpað er á milli háðra og óháðra gilda með notkun meðaltíma yfir hæð, d . Þegar reikna á sjávarhæðir utan mælinga er vandinn sá að $d(y)$ er ekki skilgreint.

Til að komast framhjá þessu athugum við að $d(y)$ fer minnkandi þar til $d(y_{max}) = 1$. Á milli u og y_{max} , fellur $d(y)$ línulega á log-log skala. Við finnum því aðhvarfslínu $d(y)$ á milli u og y_{max} , og látum $d(y) \rightarrow 1$ þegar línan fer niður fyrir $d(y) = 1$. Þetta er gert fyrir bæði sjávarfallaleif og sjávarhæðamælingar. Ef línulegt samband fæst ekki, má reyna að meta aðhvarfslínu án log-log skala eða ákvarða d með vegnu meðaltali (Tawn & Vassie 1989),

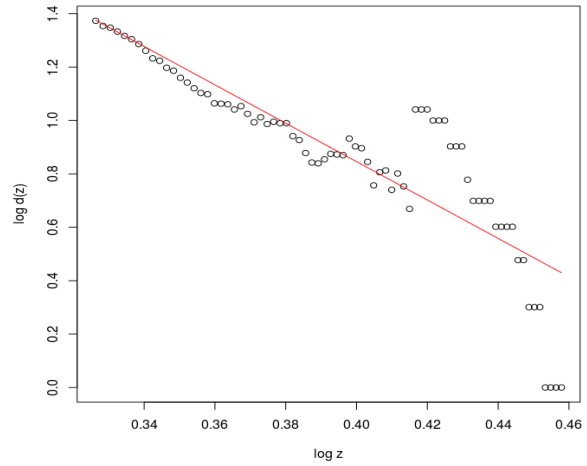
$$d = \frac{\sum(n_{c_i}d(y_i))}{\sum n_{c_i}}. \quad (29)$$

Reykjavík

Niðurstöður þröskuldsaðferðar á sjávarfallaleif í Reykjavík eru nú nýttar í aðferð samlíka. Vörpun a.P.d sjávarfallaleifar er framkvæmd með $d(y)$, en d sem fall af leif og sjávarhæð á log-log skala og aðhvarfslínu má sjá á myndum 9a og 9b.



(a) Sjávarfallaleif.

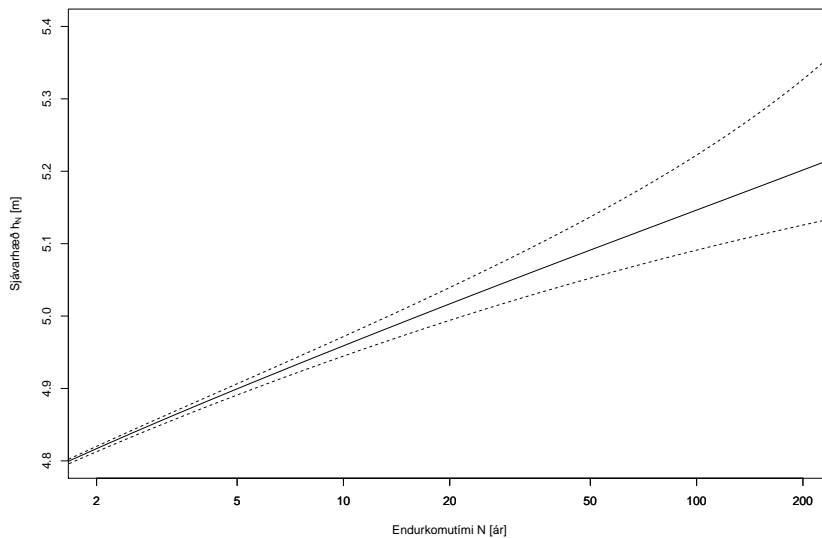


(b) Sjávarhæð.

Mynd 9. Aðhvarfslínur $d(y)$ fyrir sjávarfallaleif og sjávarhæð í Reykjavík.

Hundrað ára endurkomugildi í Reykjavík samkvæmt samlíkum er:

$$h_{100} = 5,146 \text{ m}, \quad CI_{h_{100}} = [5,091; 5,222] \text{ m}.$$



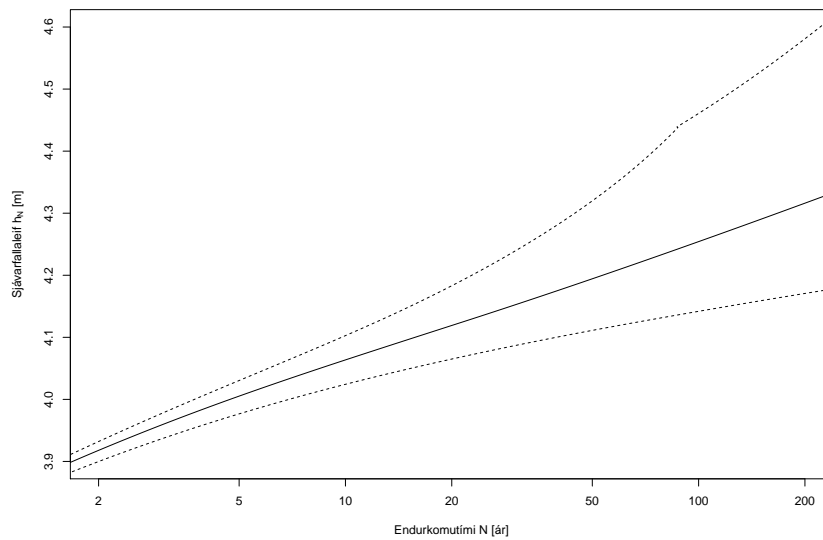
Mynd 10. Endurkomutímar sjávarhæðar h_N í Reykjavíkurhöfn samkvæmt samlíkum.

Patreksfjörður

Þar sem aðeins eru notuð 8 ár af Patreksfjarðarröðinni er $\varepsilon = 0.1$ m bætt við þéttleikamat sjávarfallanna, þ.e.a.s. $S \in [s_{min} + 0, 1; s_{max} - 0, 1]$ m. Á mynd 11 sést hvernig lögum efra öryggisbils verður skyndilega línuleg í kringum 4.4 m. Breytingin er tilkomin vegna færslu frá mati á $d(y)$ með aðhvarfslínu, yfir í $d(y) \rightarrow 1$ þegar línan fer niður fyrir $d(y) = 1$.

Hundrað ára endurkomugildi á Patreksfirði með aðferð samlíka er:

$$h_{100} = 4,254 \text{ m}, \quad CI_{h_{100}} = [4,142; 4,461] \text{ m}.$$



Mynd 11. Endurkomutímar sjávarhæðar h_N í Patreksfjarðarhöfn samkvæmt samlíkum.

6.6 Samantekt

Í niðurstöðunum að ofan er lagt áherslu á hundrað ára endurkomugildi, þ.e. þá sjávarhæð sem hefur 1% líkur á að henda á ári hverju. Tafla 3 tekur saman alla reiknaða hundrað ára ára endurkomutíma ásamt öryggisbilum. Við sjáum að endurkomugildi mældrar sjávarhæðar í Reykjavík, samkvæmt hámarkaaðferð og þröskuldsaðferð eru mjög svipuð, bæði um 5,1 m. Aðferð samlíka er nokkrum sentímetrum hærri, eða um 5,15 m. Aðra sögu er að segja á Patreksfirði þar sem samlíkur gefa lægri niðurstöðu en þröskuldsaðferð.

Bæði í Reykjavík og á Patreksfirði eru öryggisbil sjávarfallaleifa stærri en þau sem fást með þröskuldsaðferð á melda sjávarhæð (meðalhæð fráðregin). Færri punktar fást með sjávarfallaleif og má því búast við verra mati á líkindadreifingum.

Öryggisbil í Reykjavík eru í öllum tilvikum minni en á Patreksfirði, enda mun meiri gögn til umráða í Reykjavík og betra mat fæst á líkindadreifingar. Með samlíkum minnka öryggisbilin enn frekar og nánast öll gögn eru nýtt.

Tafla 3. Hundrað ára endurkomugildum í Reykjavík og á Patreksfirði með neðri og efri mörkum. GEV: Aðferð árshámarna, POT: Þröskuldsaðferð, JP: Samlíkur

Aðferð	Reykjavík			Patreksfjörður		
	100 ár [m]	Neðri [m]	Efri [m]	100 ár [m]	Neðri [m]	Efri [m]
GEV	5,108	4,912	5,304	-	-	-
POT	5,094	4,942	5,246	4,464	3,854	5,075
Leif (POT)	1,104	0,757	1,451	1,170	0,726	1,614
JP	5,146	5,091	5,222	4,254	4,142	4,461

7 Umræða

Forsendur við útreikninga á endurkomutímum eru eftirfarandi:

- (a) Meðalsjávarhæð hækkar línulega með tíma.
- (b) Hæstu gildi atburða eru innbyrðis óháð.
- (c) Þessi gildi hafa líkindadreifingu sem nálga má með a.ö.d. eða a.P.d.
- (d) Sjávarföll og sjávarfallaleif eru óháð.
- (e) Í aðferð samlíka er sjávarfallaleifin helsti óvissuþátturinn.
- (f) Látum $\xi \rightarrow 0$, ef $\xi > 0$ í aðferð samlíka.

Forsenda (a) er ekki fjarri lagi í Reykjavík, samkvæmt mynd (3) en þó má greina sveiflukenna hegðun í frávikinum frá aðhvarfslínunni með útslag um eða undir 5 cm. Út frá þeim gögnum sem notuð voru frá Patreksfirði er línulega hækkun sjávarborðs mjög lítil og hugsanlega neikvæð.

Forsenda (b) er auðsjáanlega gild ef tími milli atburða er nógu mikill. Rökin fyrir $\Delta t = 7$ dagar, eru að óveður sem kunna að valda hárrí sjávarfallaleif, má líta á sem óháð óveður utan a.m.k. fimm daga tímabils (Guðrún Nína Petersen, 2014). Einnig þarf að taka tillit til sjálffylgni í sjávarfallaleif vegna áhrifa sjávarfalla, og því er valið tímabil lengra en fimm dagar.

Forsenda (c) er könnuð með myndrænum framsetningum á mátgæðunum. Greiningarmyndir 12 til 15 auk mynd 17, sýna að almenna Pareto dreifingin (GEV) og almenna öfgadreifingin (GPD) falla misvel að gögnunum.

Forsenda (d) er sennilega ekki rétt því líklegra er að sjávarfallaleif sé hærri þegar það er fjara (Pugh & Woodworth, 2014:157-159).

Forsenda (f) er gerð til að halda öryggisbilum flóða í skynsamlegu marki. Endurkomutímar flóða, reiknaðir með samlíkum, ná óraunverulegum hæðum ef $\xi > 0$.

Við getum búist við að einhvern tímann á þessari öld verði flóð sem svarar til 100 ára endurkomutíma. Ef slíkt flóð gerist nú þegar, mun það ná hæðinni h_{100} . Áætlaðar hæðir 100 ára flóðs í Reykjavík samkvæmt þessari rannsókn, er 5,146 m reiknað með samlíkum, 5,108 m með hámarkaaðferð og 5,094m með þröskuldsaðferð. Þessar niðurstöður eru sambærilegar fyrri rannsóknum.

Tafla 4. Samanburður endurkomutíma Jónasar og Sveins

Reykjavík	GEV	POT	JP	J&S
50 ár [m]	5,059	5,055	5,091	5,10
100 ár [m]	5,108	5,094	5,146	5,14

Jónas Elíasson og Sveinn Valdimarsson (1993) gerðu greiningu á endurkomugildum sjávarflóða og samanburður við þeirra mat er sýnt í töflu 4. Sjávarstaða var lægri þegar sú greining var gerð og því þarf að bæta við 6 cm til að samrýmast flóðahæðum í dag. Aðferðafræði Jónasar

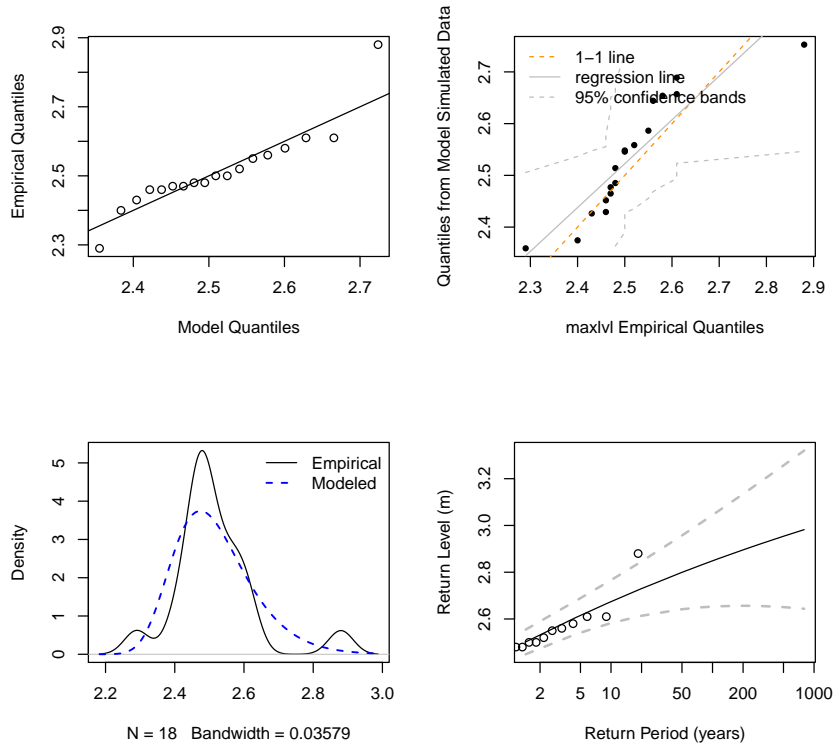
og Sveins er önnur en hér, þótt hún byggi líka á öfgagreiningu sjávarfallaleifar. Auk þess voru notuð gögn frá mismunandi tímabilum. Hækkun sjávarborðs í Reykjavík á árunum 1956-1989 var um það bil $2,4 \pm 0,1$ mm á ári (Ólafur Guðmundsson og Páll Einarsson, 1991), sem er ögn minni en sú hækkun sem fékkst hér, $2,8 \pm 0,3$ mm á ári. Þeirra niðurstöður voru að 100 ára flóð næði 5,08 m hæð. Ef sú niðurstaða er færð til dagsins í dag (2017), væri sjávarhæðin 5,14 m. Önnur rannsókn eftir Jónas Elísson (1996) reiknaði að 100 ára sjávarhæð næði 5 m, sem eflaust væri nokkrum sentímetrum hærri í dag.

Vísindanefnd um loftslagsbreytingar (Halldór Björnsson ofl. 2008) fól Gísla Viggóssyni að ákvarða endurkomutíma flóða í Reykjavík. Niðurstaða hans var sú að 100 ára endurkomugildi væri 5,16 m að hæð.

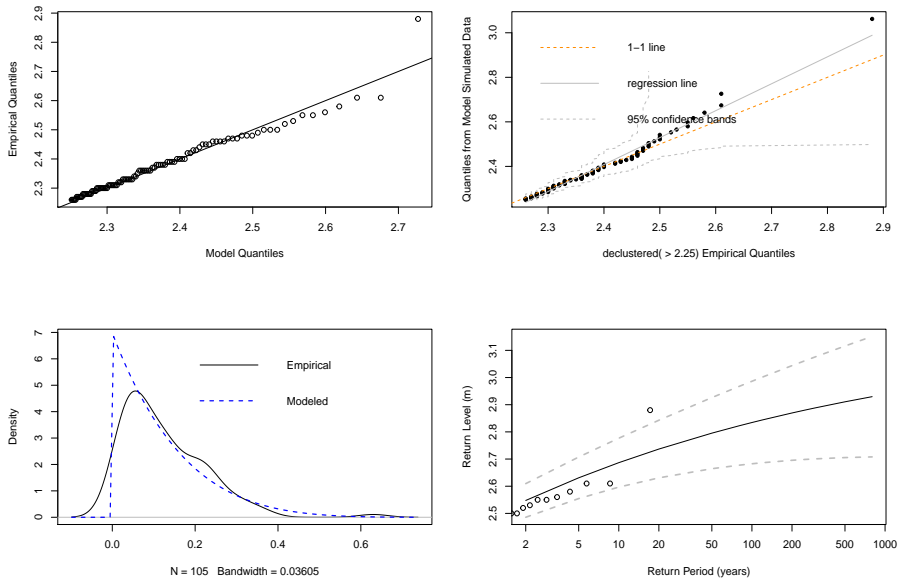
Ofangreindar rannsóknir notuðust við gögn sem ná allt til ársins 1956/57. Það eru tvöfalt til þrefalt lengri raðir en í þessari rannsókn. Þrátt fyrir að hér séu notaðar styttri raðir, fást sambærilegir endurkomutímar í Reykjavík. Á Patreksfirði er samanburður flóðahæða við aðrar rannsóknir ekki mögulegur því þar hafa engar rannsóknir á flóðahæðum verið gerðar. Við berum því aðeins saman endurkomutíma með þröskuldsaðferð og samlíkum. Með samlíkum er reiknað að 100 ára flóð á Patreksfirði nái 4,25 m hæð. Við teljum það líklegri hæð en sú sem fæst með þröskuldsaðferð, vegna þess hve mikið af gögnunum er nýtt. Ef slíkt flóð kæmi nú þegar, er mögulegt að það yrði hærra en 4,25 m því mjög lítil sjávarhækkun er greind úr þeim gögnum sem notuð voru (1995 til 2002), en einhver sjávarhækkun gæti hafa átt sér stað síðan þá.

Af þeim þremur aðferðum sem hér beitt, teljum við að aðferð samlíka sé best fallin að stuttum tímaröðum. Ef til eru langar raðir, sem t.d. spanna nokkra áratugi, ættu að fást áreiðanlegar niðurstöður bæði með þröskuldsaðferð og aðferð árshámarga, ef marka má fyrri rannsóknir.

Reykjavík - Sjávarhæð



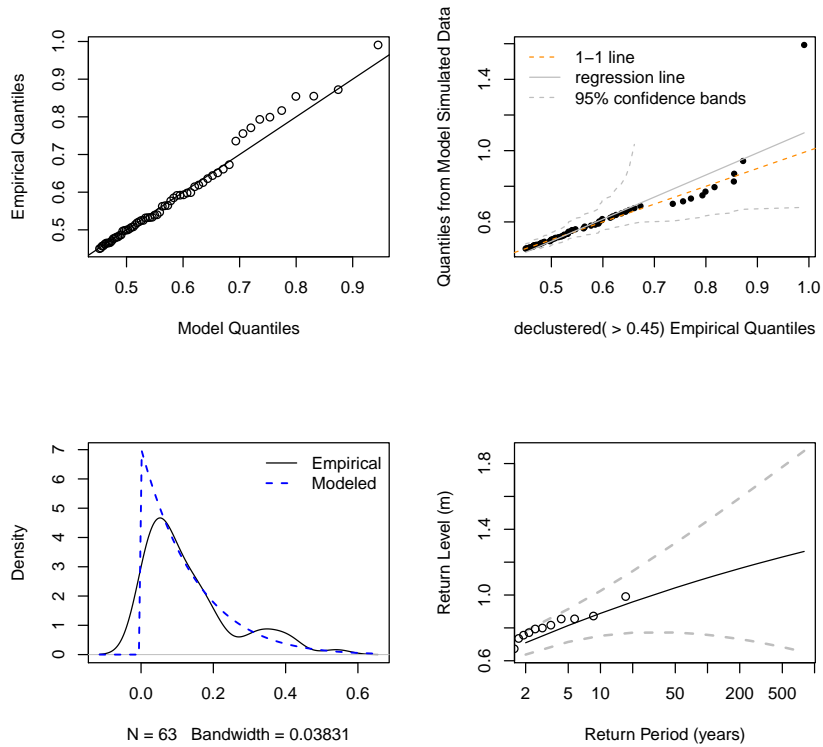
(a) Hámarkagreining.



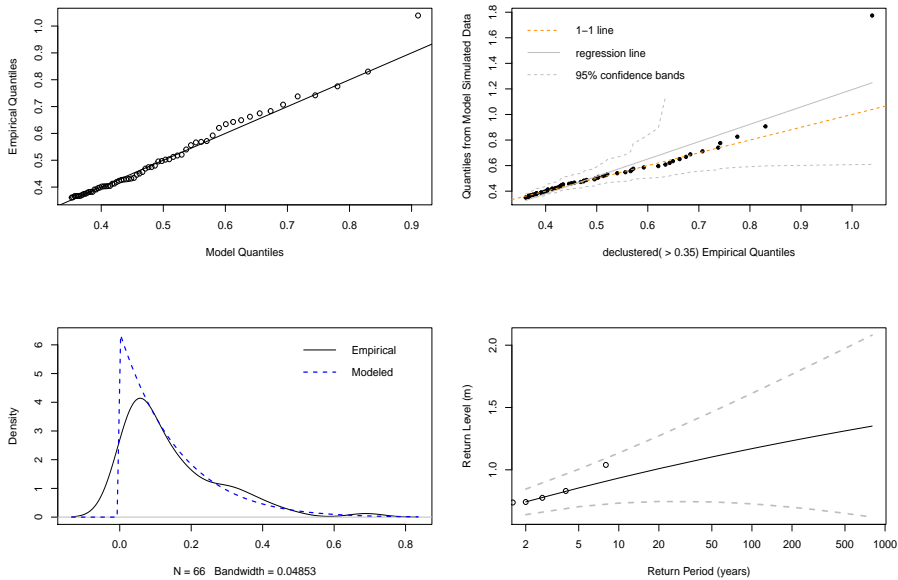
(b) Þröskuldsaðferð.

Mynd 12. Mátgæði GEV (a) og POT (b) á sjávarhæð í Reykjavík. Hvert myndaknippi inniheldur: hlutfallsmarkamynd (efst vinstri), hlutfallsmörk skv. dreifingu á móti hlutfallsmörkum gagna með 95% öryggisbilum, þéttkeiki dreifingu og úrtaks (neðst vinstri), endurkomugildi að frádreginni meðalhæð (neðst hægri).

Reykjavík og Patreksfjörður - Sjávarfallaleif



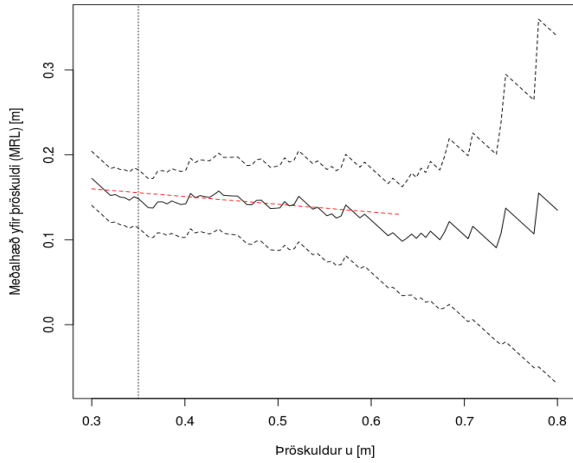
(a) Reykjavík.



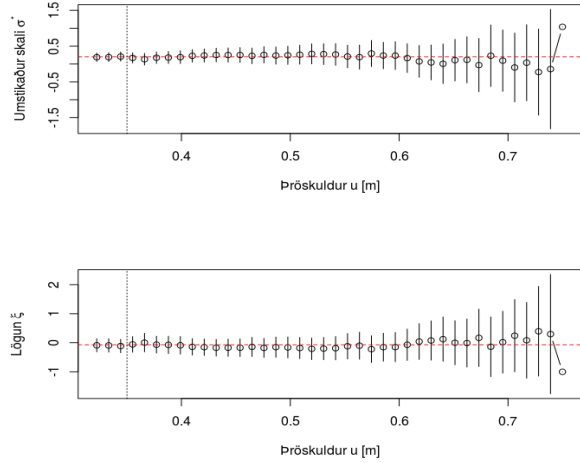
(b) Patreksfjörður.

Mynd 13. Mátgæði POT á sjávarfallaleif í Reykjavík (a) og á Patreksfirði (b). Hvert myndaknippi inniheldur: hlutfallsmarkamynd (efst vinstri), hlutfallsmörk skv. dreifingu á móti hlutfallsmörkum gagna með 95% öryggisbilum, þéttkeiki dreifingu og úrtaks (neðst vinstri), endurkomugildi sjávarfallaleifar.

Patreksfjörður - Mat á þröskuldi

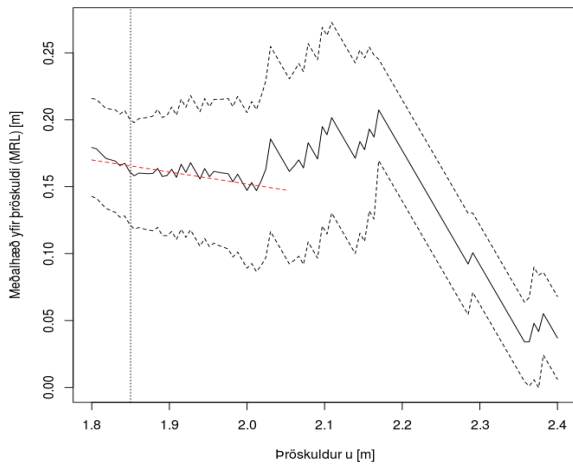


(a) Meðalhæð yfir þröskuldi.

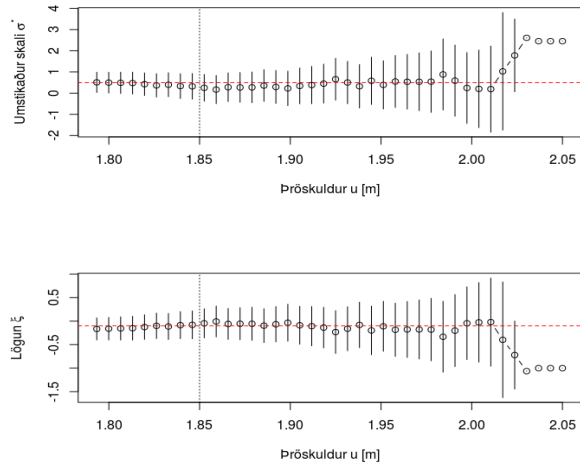


(b) Lögun og umstikaður skali.

Mynd 14. Ákvörðun þröskulds fyrir sjávarfallaleif í Patreksfjarðarhöfn. Þröskuldur merktur með punktalínu.



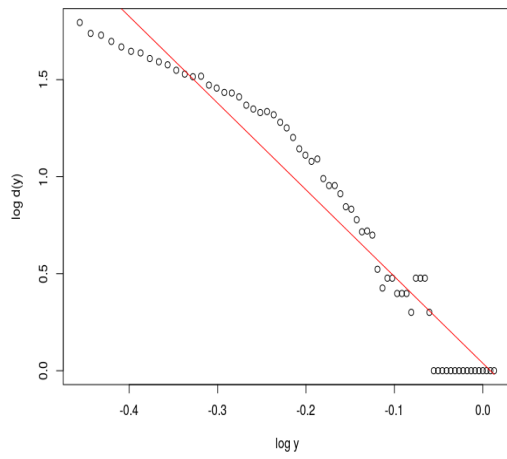
(a) Meðalhæð yfir þröskuldi.



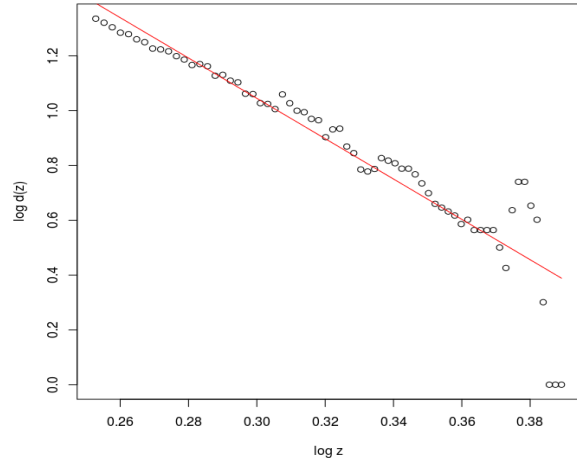
(b) Lögun og umstikaður skali.

Mynd 15. Ákvörðun þröskulds fyrir sjávarhæð í Patreksfjarðarhöfn. Þröskuldur merktur með punktalínu.

Patreksfjörður - Meðaltími yfir þröskuldi



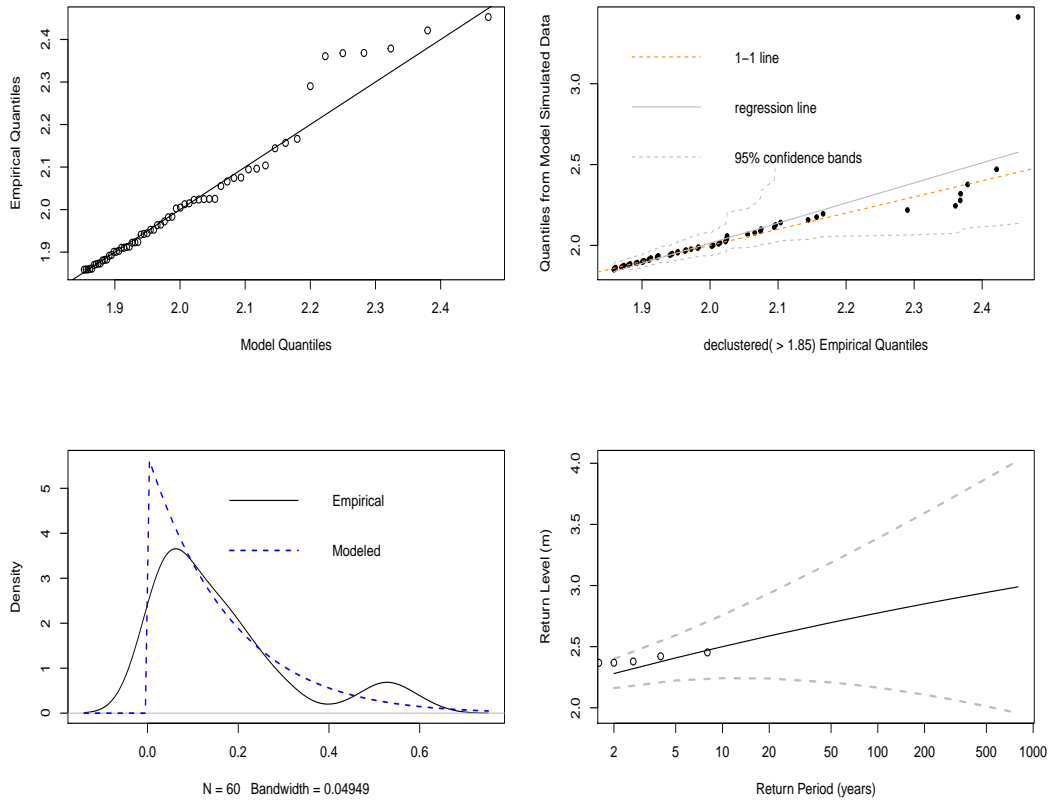
(a) Sjávarfallaleif.



(b) Sjávarhæð.

Mynd 16. Aðhvarfslínur $d(y)$ fyrir sjávarfallaleif og sjávarhæð á Patreksfirði.

Patreksfjörður - Sjávarhæð



Mynd 17. Mátgæði POT á sjávarhæð í Patreksfjarðarhöfn. Hvert myndaknippi inniheldur: hlutfallsmarkamynd (efst vinstri), hlutfallsmörk skv. dreifingu á móti hlutfallmörkum gagna með 95% öryggisbilum, þéttkeiki dreifingu og úrtaks (neðst vinstri), endurkomugildi að frádræginni meðalhæð (neðst hægri).

8 Heimildir

- Coles S(2001). *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. SpringerVerlag, London, UK.
- Mazas et al. (2014). *Applying POT methods to the revised Joint Probability Method for determining extreme sea levels*. Coastal Engineering, árg. 91 (2014), bls. 140–150.
- Tawn, J. A. og Vassie, J. M. (1989) *Extreme sea levels: the joint probabilities method revisited and revised*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, árg. 87 töl. 3, september 1989, bls. 429-442.
- R Core Team (2016). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>.
- Eric Gilleland, Richard W. Katz (2016). extRemes 2.0: An Extreme Value Analysis Package in R. Journal of Statistical Software, 72(8), 1-39.<doi:10.18637/jss.v072.i08>
- Fjallabyggð (2013). *Þormóðseyri - athafnasvæði deiliskipulag. Greinargerð og skipulags- og byggingarskilmálar Siglufjörður*, Fjallabyggð.
- Fjarhitun (1992). *Skipulags- og byggingarreglur á lágsvæðum þar sem hættu er á flóðum – 1. áfangi*. Reykjavík, Fjarhitun HF 1992 014/GÍ
- Fjarhitun (1995). *Lágsvæði – 2. áfangi Skipulags- og Byggingarráðstfanir og sjóvarnir*. Reykjavík Fjarhitun HF ágúst 1995 20/GÍ
- Guðrún Nína Petersen (2014). *Greining á öfgaveðurhæð frá sjálfvirkum vindmælingum*, Veðurstofa Íslands.
- Gunnar Guðni Tómasson, Ólöf Rós Káradóttir og Kjartan Gíslason (1996). *Reiknilíkan fyrir sjávarföll við Ísland*. Reykjavík, Verkfræðistofnun Háskóla Íslands.
- Halldór Björnsson, Árný E. Sveinbjörnsdóttir, Anna K. Daníelsdóttir, Árni Snorrason, Bjarni D. Sigurðsson, Einar Sveinbjörnsson, Gísli Viggósson, Jóhann Sigurjónsson, Snorri Baldursson, Sólveig Þorvaldsdóttir og Trausti Jónsson (2008). *Hnattrænar loftslagsbreytingar og áhrif þeirra á Íslandi – Skýrsla vísindanefndar um loftslagsbreytingar*. Umhverfissráðuneytið, Reykjavík.
- Jónas Elíasson og Sveinn Valdimarsson (1993). *Flóðhæðir í Reykjavíkurbænum*. Reykjavík, Verkfræðistofnun Háskóla Íslands.
- Jónas Elíasson (1996) *Probability of Tidal Surge Levels in Reykjavík, Iceland*. Journal of Coastal Research, 12:1: 368-374
- Ólafur Guðmundsson og Páll Einarsson (2006). *Úrvinnsla sjávarfallagagna: Sjávarföll og hægfara sjávarborðsbreytingar í Reykjavíkurbænum*. Reykjavík, Jarðvísindastofnun Háskóla Íslands.
- Páll Imsland og Þorleifur Einarsson (1991). *Sjávarflóð á Eyrarbakka og Stokkseyri - um tíðni þeirra og orsakir og rannsóknir á strandjarðfræði hérlendis* Reykjavík, Raunvísindastofnun Háskóla Íslands. RH-01-91.
- Pugh D. og Woodworth P. (2014) *Sea Level Science*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Stewart R.H. (2008) *Introduction to Oceanography Department of Oceanography, Texas A & M University, Texas* (<http://oceanworld.tamu.edu/resources/oceanography-book/contents.htm>)
- Unnsteinn Stefánsson (1994). *Haffræði II*. Reykjavík, Háskólaútgáfan.
- Verkfræðistofa Siglufjarðar (2010) *Spá um hækkun sjávarborðs á Siglufirði og Ólafsfirði. Siglufirði. Verkfræðistofa Siglufjarðar*.

Þóra Árnadóttir ofl. (2009). *Glacial rebound and plate spreading: Results from the first countrywide GPS observations in Iceland*, *Geophys. J. Int.*, 177(2), 691-716.

I Sjávarfallakraftar

Tafla 5. Sjávarfallakraftar í Reykjavíkurhöfn samkvæmt UTide

K	A_K [m]	ϕ_K [°]	K	A_K [m]	ϕ_K [°]
M_2	1.3182	184.034	MSK_6	0.0054	160.701
S_2	0.5152	221.317	M_6	0.0054	95.212
N_2	0.2574	162.207	MN_4	0.0052	189.211
K_2	0.1451	219.251	MK_4	0.0049	253.087
K_1	0.1082	117.578	SK_3	0.0047	278.718
S_a	0.0858	301.351	H_1	0.0041	174.222
O_1	0.0682	66.945	R_2	0.0039	225.843
v_2	0.0497	166.298	ψ_1	0.0035	103.866
μ_2	0.0399	135.425	OQ_2	0.0031	111.733
P_1	0.0353	112.150	OO_1	0.0028	123.232
L_2	0.0344	202.325	MK_3	0.0025	52.852
$2N_2$	0.0332	141.134	ϕ_1	0.0023	145.285
T_2	0.0272	218.515	ρ_1	0.0022	33.223
M_f	0.0244	208.337	σ_1	0.0021	292.774
$2MS_6$	0.0177	82.3437	$3MK_7$	0.0021	180.561
M_4	0.0175	196.856	$2SK_5$	0.0020	32.569
MS_4	0.0167	252.137	SO_1	0.0020	127.342
Q_1	0.0122	10.722	π_1	0.0020	105.753
M_3	0.0116	222.027	$2MK_5$	0.0020	146.647
S_{sa}	0.0114	212.776	M_8	0.0018	232.101
λ_2	0.0090	191.120	MKS_2	0.0018	240.469
S_1	0.0087	274.163	$2Q_1$	0.0018	290.955
EPS_2	0.0087	107.964	S_4	0.0018	340.397
$2SM_6$	0.0084	163.402	MO_3	0.0017	123.863
M_m	0.0083	262.508	SN_4	0.0017	244.758
η_2	0.0073	240.615	SK_4	0.0017	312.099
M_{S_m}	0.0072	175.050	MSN_2	0.0012	37.236
$2MN_6$	0.0065	69.266	SO_3	0.0010	177.596
NO_1	0.0064	97.2234	θ_1	0.0010	120.570
J_1	0.0058	123.484	τ_1	0.0010	75.229
$2MK_6$	0.0057	81.116	χ_1	0.0010	120.248
H_2	0.0057	259.605	v_1	0.0008	164.348
GAM_6	0.0057	175.925	α_1	0.0006	292.264
MS_f	0.0055	89.0168	β_1	0.0004	103.447